Sammlung

mathematischer Aufgaben

sammt deren Auflösungen

von

Dr. Fr. X. Pollak,
Professor der Mathematik und Naturgeschichte am königlichen Lyceum zu Dilingen.

Vierte Abtheilung.

Stereometrische und trigonometrische Aufgaben.

Augsburg, 1853.
Verlag der Matth. Rieger'schen Buchhandlung.

Vorwort.

Zum Schlusse meiner Sammlung mathematischer Aufgaben übergebe ich den Freunden der Mathematik die vierte Abtheilung, welche zuerst Aufgaben zur Stereometrie und dann Aufgaben zur (ebenen) Trigonometrie enthält.

Wie die vorausgehenden drei Abtheilungen ist auch diese, ja vorzüglich diese für Studienanstalten, Militär- und Forstschulen, sowie insbesondere für die polytechnischen Anstalten bestimmt, und wird, so wünsche ich, als eine nicht unwillkommene Gabe angesehen werden.

Ein Blick auf das Inhaltsverzeichniß macht die Vertheilung dieses reichhaltigen Stoffes anschaulich. Leicht sind die jedem stereometrischen oder trigonometrischen Satze zukommenden Beispiele hiernach aufzufinden. — Die unter den einzelnen Ueberschriften stehenden Aufgaben sind so geordnet, daß die nachfolgenden stets schwieriger als die vorausgehenden erscheinen.

Durch die den Auflösungen beigefügten allgemeinen Werthe in gegenwärtiger Abtheilung, sowie in der Abtheilung **III.** dieser Sammlung, kommt dem Lehrer unter andern Vortheilen auch der zu Statten, daß aus jeder Aufgabe mit zugleich allgemeinen Auflösungen, indem bald diese, bald jene von den gegebenen Größen unbekannt belassen wird, viele neue Aufgaben, welchen sofort die Auflösungen nicht minder zur Seite stehen, herzuleiten sind.

Aufgaben zur Berechnung des Gewichtes der Körper gehören eigentlich hieher nicht. — Allein da diese Berechnung mit der Bestimmung des Kubikinhaltes der Körper connex und fast ohne besondere Voraussetzungen verständlich ist, auch interessante Aufgaben der Art in die stereometrischen Berechnungen beinahe von allen Autoren aufgenommen

werden: so dürfte von einer weitern Entschuldigung hier Umgang zu nehmen seyn.

Der Einführung eben dieser Aufgaben sowohl, als auch der Absicht auf eine ausgedehntere Anwendung verdankt die am Ende dieser Abtheilung angehängte Tabelle über das spezifische Gewicht mehrer Körper ihr Daseyn. — Ueber Tabellen der verschiedenen Maße siehe die **III.** Abtheilung unserer Sammlung.

Es ist Sache des Schülers, vor Allem aus der gegebenen Aufgabe die ihr entsprechende (stereometrische, trigonometrische) Figur zu entwerfen. Hiebei hat man jene bei der Trigonometrie übliche Bezeichnungsweise zu befolgen, gemäß welcher die Dreiecksseiten durch die kleinen Buchstaben **a, b, c** und die den Seiten opponirten Winkel analog durch die an den Scheiteln befindlichen großen Buchstaben **A, B, C,** oder auch durch die zwischen die Schenkel der Winkel zu setzenden griechischen Buchstaben α, β, γ etc. bezeichnet werden. — Ueberdieß ist **R** immer anstatt 90^0 (beziehungsweise 100^0) und r anstatt des Radius genommen worden. Die vorkommenden Winkel, wenn die Centesimal-Eintheilung nicht ausdrücklich erwähnt ist, sind stets nach der Seragesimal-Eintheilung zu nehmen.

Wenn auch nur ganz wenige Druckfehler aufgefunden werden konnten, so dürften dennoch durch den Abschreiber der Aufgaben schon in das Manuscript einige Unrichtigkeiten sich eingeschlichen haben, weßhalb um Nachsicht und gefällige Mittheilung gebeten wird.

Hiemit grüßt alle Freunde der Mathematik

Dilingen, den 8. Oktober 1852.

der Verfasser.

Inhaltsverzeichniß.

Aufgaben zur Stereometrie.

Aufgaben zur ebenen Trigonometrie.

Verbesserungen.

Seite 24 Aufg. 155 lies 1909,78 anstatt 1900,78.
„ 166 „ 895 „ 1860) anstatt 1860.

Aufgaben

zur Stereometrie.

A. Aufgaben

zur Bestimmung des (absoluten) Gewichtes und des (kubischen) Inhaltes von Körpern überhaupt.

Bezeichnet **A** das absolute Gewicht eines Körpers,
K den kubischen Inhalt desselben,
Q das spezifische Gewicht seiner Masse und
W das Gewicht eines Kubikfußes reinen Wassers,

so ist: $A = K \times Q \times W$, also

$$K = \frac{A}{Q \times W}.$$

1. Aufg. Wie schwer sind 5 Kubikfuß Eisen, wenn das spezifische Gewicht des Eisens 7,2 ist, und der Kubikfuß reinen Wassers 44,3 bayer. ℔ wiegt?

Aufl. 1594,8 ℔.

2. Aufg. Wie schwer ist eine Decimalkubikruthe Sand, wenn dessen spezif. Gewicht 2 beträgt, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 886 Ctr.

3. Aufg. Wie schwer sind 100 Decimalkubikzoll Gold, wenn das spezif. Gewicht des Goldes 19 beträgt, und 44,3 ℔ dem absoluten Gewichte von einem Kubikfuße reinen Wassers gleichkommen?

Aufl. 84,17 ℔.

4. Aufg. Wie schwer ist eine Marmorkugel, welche, in reines Wasser versenkt, 3 Maß Wasser aus der Stelle verdrängt, wenn das spezif. Gewicht des Marmors $2\frac{1}{2}$ ist, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 14,287 ℔.

5. Aufg. Wie schwer sind $3\frac{1}{4}$ Kubikfuß Blei, wenn der Kubikfuß Blei $11\frac{3}{10}$mal so schwer ist als der Kubikfuß reines Wasser, welcher nach bayer. Maße 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 1626,917 ℔.

6. Aufg. Wie viel wiegt ein Granitblock, welcher 36 Kubikfuß Inhalt hat, wenn das spezif. Gewicht des Granits $2\frac{1}{2}$ beträgt, und der Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 3987 ℔.

7. Aufg. Wie schwer ist ein Eimer (à 60 Maß) Regenwasser, wenn jede Maß 43 Decimalkubikzoll hält, und das Gewicht eines Kubikfußes dieses Wassers 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 114,29 ℔.

8. Aufg. Wie schwer ist ein Eimer (à 60 Maß) Weingeist, dessen spezif. Gewicht 0,79 beträgt, wenn die Maß 43 Decimalkubikzoll einnimmt, und der Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 90,29 ℔.

9. Aufg. Zwei Körper, **A** und **B**, sind dem körperlichen Inhalte nach einander gleich, aber ungleich dicht, indem jener 8mal und dieser 2mal schwerer ist, als ein ebenso großer Wasserkörper. In welchem Verhältnisse stehen deren (absolute) Gewichte?

Aufl. $A : B = 4 : 1$.

10. Aufg. Ein kupfernes Gefäß wiegt leer $3\frac{1}{2}$ ℔, und das Kupferblech umschließt einen Raum von $1\frac{1}{2}$ Kubikfuß. Wie schwer wird nun das mit reinem Wasser, von welchem jeder Kubikfuß 44,3 ℔ wiegt, gefüllte Gefäß sein?

Aufl. 69,95 ℔.

11. Aufg. Welchen körperlichen Raum nehmen 39 Ctr 55 ℔ Blei ein, wenn das spezif. Gewicht des Bleies 11,3 ist, und ein Kubikfuß reines Wasser 70 ℔ wiegt?

Aufl. 5 Kubikfuß.

12. Aufg. Ein Stück Marmor, welches 143 ℔ 31 $\frac{1}{5}$ Lth. wiegt, wird in reines Wasser gelegt. Wie viele Kubikfuß Wasser werden durch diesen Stein verdrängt, wenn er ganz von Wasser bedeckt ist, das spezif. Gewicht des Marmors 2,6 beträgt und der Kubikfuß des verdrängten Wassers 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 1 $\frac{1}{4}$ Kubikfuß.

13. Aufg. Welchen körperlichen Raum nehmen die Scheite einer Klafter Holz ein, deren Gewicht 33 Ctr 66 $\frac{4}{5}$ ℔ beträgt, wenn das spezif. Gewicht des Holzes 0,8 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 95 Kubikfuß.

14. Aufg. Eine Grube auszufüllen waren 5316 Ctr Sand, dessen spezif. Gewicht 2 beträgt, erforderlich. Welchen körperlichen Raum nimmt nun dieser Sand ein, wenn das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 44,3 ℔ beträgt?

Aufl. 6000 Kubikfuß.

15. Aufg. Eine Champagnerflasche wiegt leer 1 ℔ und mit Wasser, von welchem der Kubikfuß 44,3 ℔ schwer ist, angefüllt 2 $\frac{1}{2}$ ℔. Wie viel beträgt der körperliche Raum, den die Flüssigkeit in der Flasche einnimmt?

Aufl. 33 Kubikzoll 860 Kubiklinien im Decimalmaße.

16. Aufg. Zwei Körper sind gleich schwer, dem körperlichen Inhalte nach aber verschieden, indem bei dem einen das spezif. Gewicht 15 und bei dem andern 1,5 beträgt. In welchem Verhältnisse stehen sonach deren Kubikinhalte?

Aufl. $K_1 : K_2 = 10 : 1$.

17. Aufg. Wie viele Kubikfuß hält ein Würfel, welcher, wenn er in reines Wasser versenkt wird, 12 bayer. Maß von der Stelle verdrängt, da bekanntlich eine jede bayer. Maß 43 Decimal-Kubikzoll zum Inhalte hat?

Aufl. 0,516 Kubikfuß.

18. Aufg. Welchen körperlichen Raum schließt ein Faß ein, welches einen bayer. Eimer (à 60 Maß) hält, wenn jede Maß 43 Decimalkubikzoll zum Inhalte hat?

Aufl. 2,58 Kubikfuß.

B. Aufgaben

über die gewöhnlichen fünf irregulären Körper mit Einschluß des Würfels.

1. Ueber den Würfel.

Es bezeichne: a die Kante,
G die Grundfläche,
S die Oberfläche und
K den körperlichen Inhalt des Würfels,

so hat man als Hauptformeln:

$$K = a^3, \text{ also } a = \sqrt[3]{K}$$

$$S = 6a^2, \text{ also } a = \sqrt{\tfrac{1}{6}S}$$

$$G = a^2, \text{ also } a = \sqrt{G}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhalts eines Würfels.

19. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Würfel, dessen Kante $a = 8\frac{1}{2}$ Fuß mißt?

Aufl. $K = a^3 = 614\frac{1}{8}$ Kubikfuß.

20. Aufg. Aus der Kante $a = 4'\ 2\frac{1}{4}''$ (Decimalmaß) eines Würfels seinen körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = a^3 = 75{,}419$ Kubikfuß.

21. Aufg. Aus der Höhe $a = 3\frac{1}{4}$ Klafter eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = a^3 = 34\frac{21}{64}$ Kubikklafter.

22. Aufg. Aus dem Abstande $a = 14{,}44$ Decimeter zweier opponirten Seitenflächen eines Würfels dessen körperlichen Inhalt (K) zu suchen.

Aufl. $K = a^3 = 3010{,}936384$ Kubikdecimeter.

23. Aufg. Aus dem Umfange $p = 2'\ 4'''$ (Decimalmaß) der Grundfläche eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = 132$ Kubikzoll 651 Kubiklinien.

24. Aufg. Die Kante eines gegebenen Würfels mißt $a = 4''$. Man bestimme den Kubikinhalt eines andern Würfels, bei welchem jede Kante $m = 2$mal so groß ist, als bei dem gegebenen Würfel.

Aufl. $K = (ma)^3 = 512$ Kubikzoll.

25. Aufg. Die Höhe eines gegebenen Würfels beträgt $a = 1\frac{1}{3}$ Fuß. Wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines andern Würfels, bei welchem die Höhe $m = 3$mal so groß ist, als die bei dem gegebenen Würfel?

Aufl. $K = (ma)^3 = 64$ Kubikfuß.

26. Aufg. Wie groß ist der körperliche Inhalt eines Würfels, wenn der Umfang einer Seitenfläche desselben $p = 12$ Zoll mißt?

Aufl. $K = \left(\frac{p}{4}\right)^3 = 27$ Kubikzoll.

27. Aufg. Der Umfang der Basis eines gegebenen Würfels mißt $p = 24$ Fuß. Man suche den körperlichen Inhalt eines andern Würfels, bei welchem der Perimeter der Basis dem $m = 5^{ten}$ Theile von dem Umfange des gegebenen Würfels gleich ist.

Aufl. $K = \left(\frac{p}{4m}\right)^3 = 1{,}728$ Kubikfuß.

28. Aufg. Wie viele Decimalkubikzoll hat ein Würfel, dessen Kante $a = 8$ Duodecimalzoll lang ist?

Aufl. $K = (\frac{5}{6}\,a)^3 = 296\frac{8}{27}$ Decimalkubikzoll.

29. Aufg. Wie viele bayer. Kubikfuß hält jener Würfel, dessen Kante $a = 3$ Meter lang ist?

Aufl. $K = (3{,}426\ a)^3 = 1085{,}74$ Kubikfuß.

30. Aufg. Wie viele bayer. Kubikfuß hält jener Würfel, dessen sämmtliche Kanten $m = 6$ Toisen zusammen messen?

Aufl. $K = \left(\frac{m}{12}\right)^3 = 37{,}285$ bayer. Kubikfuß.

31. Aufg. Aus der Grundfläche $G = 13{,}7641$ □ Fuß eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = 51$ Kubikfuß 64 Kubikzoll 811 Kubiklinien.

32. Aufg. Aus der Grundfläche ($G = 22$ □° 9 □′ — Decimalmaß) eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = G\sqrt{G} = 103{,}823$ Kubikruthen.

33. Aufg. Die Basis eines gegebenen Würfels beträgt $G = 16{,}2$ □ Klafter. Man suche den körperlichen Inhalt eines andern Würfels, dessen Basis $m = 5$mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels.

Aufl. $K = mG\sqrt{mG} = 729$ Kubikklafter.

34. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Würfel, dessen Oberfläche $S = 37\frac{1}{2}$ □ Zoll hält?

Aufl. $K = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{6}} = 15\frac{5}{8}$ Kubikzoll.

35. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Würfel, dessen Oberfläche $S = 47$ □ Fuß 4 □ Zoll (Decimalmaß) hält?

Aufl. $K = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{6}} = 21$ Kubikfuß 952 Kubikzoll.

36. Aufg. Aus der Mantelfläche ($M = 3$ □' 84 □'' 16 □''' — Decimalmaß) eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = \frac{M}{8}\sqrt{M} = 941$ Kubikzoll 192 Kubiklinien.

37. Aufg. Die Mantelfläche eines gegebenen Würfels beträgt $M = 54$ □ Toisen. Man suche den körperlichen Inhalt eines Würfels, dessen Mantelfläche $n = 6$mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels.

Aufl. $K = \frac{nM}{8}\sqrt{nM} = 729$ Kubiktoisen.

38. Aufg. Aus der Mantelfläche ($M = 1$ □ Ruthe) eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu suchen.

Aufl. $K = \frac{M}{8}\sqrt{M} = \frac{1}{8}$ Kubikruthe.

39. Aufg. Aus der Oberfläche ($S = 47$ □ Meter 4 □ Decimeter) eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{6}} = 21$ Kubikmeter 952 Kubikdecimeter.

40. Aufg. Die Oberfläche eines gegebenen Würfels beträgt $S = 2400$ □ Fuß. Man suche den körperlichen Inhalt eines

andern Würfels, dessen Oberfläche m = 4mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels.

Aufl. $K = \frac{mS}{6} \sqrt{\frac{mS}{6}} = 64000$ Kubikfuß.

41. Aufg. Aus der Diagonale (d = 2″) von der Grundfläche eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = \frac{d^3}{4} \sqrt{2} = 0{,}35355\ d^3 = 2{,}828$ Kubikzoll.

42. Aufg. Aus dem Abstande (d = 1′ 6″ — Duodecimalmaß) zweier entgegengesetzten Kanten eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu suchen.

Aufl. $K = 0{,}35355\ d^3 = 1{,}193$ Kubikfuß.

43. Aufg. Der Abstand zweier entgegengesetzten Kanten bei einem gegebenen Würfel beträgt d = 15 Duodecimalzoll. Man berechne den körperlichen Inhalt eines andern Würfels, in welchem der Abstand zweier entgegengesetzten Kanten dem m = 3ten Theile von jenem des gegebenen Würfels gleich ist.

Aufl. $K = 0{,}35355 \left(\frac{d}{m}\right)^3 = 44{,}194$ Duodecimalkubikzoll.

44. Aufg. Aus der Entfernung (D = 3′) zweier entgegengesetzten Würfelecken den körperlichen Inhalt des Würfels zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{1}{9} D^3 \sqrt{3} = 0{,}19245\ D^3 = 5{,}196$ Kubikfuß.

45. Aufg. Aus der Körperdiagonale (D = 15″) eines Würfels dessen körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = 0{,}19245\ D^3 = 649{,}519$ Kubikzoll.

46. Aufg. Die Körperdiagonale eines Würfels mißt D = 6 Meter. Man bestimme den körperlichen Inhalt eines andern Würfels, dessen Körperdiagonale die Hälfte = den mten Theil von der des gegebenen Würfels beträgt.

Aufl. $K = 0{,}19245 \left(\frac{D}{m}\right)^3 = 5$ Kubikmeter 196 Kubikdecimeter 150 Kubikcentimeter.

47. Aufg. Die Eckenachse eines Würfels mißt D = 2″. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Würfel, dessen Eckenachse m = 4mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels?

Aufl. $K = 0{,}19245\ (mD)^3 = 98{,}534$ Kubikzoll.

48. Aufg. Aus dem durch zwei entgegengesetzte Kanten eines Würfels gemachten Durchschnitte (s = 1 □ Fuß) den körperlichen Inhalt des Würfels zu bestimmen.

Aufl. $K = \frac{s}{2} \sqrt{s\sqrt{2}} = 0{,}5946$ Kubikfuß.

49. Aufg. Aus dem Schnitte (s = 24 □′ 1 □″ — Decimalmaß), welcher durch zwei entgegengesetzte Kanten eines Würfels gemacht worden, den körperlichen Inhalt des Würfels zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{\sqrt[4]{2}}{2} \cdot s\sqrt{s} = 0{,}5946\, s\sqrt{s} = 69{,}954$ Kubikfuß.

50. Aufg. Aus der Durchschnittsfläche (s = 15 □′ 71 □″ 35 □‴ — Decimalmaß), welche durch die Diagonalen zweier entgegengesetzten Seitenflächen eines Würfels geht, dessen Kubikinhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = 0{,}5946\, s\sqrt{s} = 37{,}037$ Kubikfuß.

51. Aufg. Die durch die Diagonalen zweier entgegengesetzten Seitenflächen eines Würfels gelegte Durchschnittsebene beträgt s = 94 □″ und 9 □‴ (Decimalmaß). Man suche den körperlichen Inhalt eines andern Würfels, bei welchem eben diese Durchschnittsebene nur dem m = 4ten Theil von der des gegebenen Würfels gleich ist.

Aufl. $K = 0{,}5946 \frac{s}{m} \sqrt{\frac{s}{m}} = 67{,}8348$ Kubikzoll.

52. Aufg. Wie groß ist der körperliche Inhalt jenes Würfels, bei welchem der den Würfel halbirende Diagonalschnitt s = 3 □ Meter 9 □ Decimeter und $2\frac{4}{5}$ □ Millimeter beträgt?

Aufl. $K = 0{,}5946\, s\sqrt{s} = 3{,}23$ Kubikmeter.

b. Berechnung der Oberfläche des Würfels und einiger anderer Flächen am Würfel.

53. Aufg. Aus der Kante ($a = 3\frac{1}{4}$ Fuß) eines Würfels dessen Oberfläche (S) zu berechnen.

Aufl. $S = 6a^2 = 63\frac{3}{8}$ □ Fuß.

54. Aufg. Welche ebene Fläche würde das Netz oder die Oberfläche eines Würfels, dessen Kante $a = 7\frac{1}{2}$ Ruthe mißt, bedecken?

Aufl. $S = 6a^2 = 337\frac{1}{2}$ □ Ruthen.

55. Aufg. Aus der Summe ($p = 3\frac{1}{2}$ Klafter) der sämmtlichen Kanten eines Würfels dessen Oberfläche zu ermitteln.

Aufl. $S = \frac{p^2}{24} = 18\frac{3}{8}$ □ Fuß.

56. Aufg. Die sämmtlichen Kanten eines Würfels sind $p = 40$ Fuß lang. Wie viel beträgt die Oberfläche dieses Würfels?

Aufl. $S = \frac{p^2}{24} = 66\frac{2}{3}$ □ Fuß.

57. Aufg. Welche ebene Fläche würde von dem Netze eines Würfels, dessen Kanten zusammen genommen $p = 100$ Zoll messen, bedeckt?

Aufl. $S = \frac{p^2}{24} = 416\frac{2}{3}$ □ Zoll.

58. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche eines Würfels, wenn zwei entgegengesetzte Ecken desselben $D = 2' \, 2'' \, 2'''$ (Decimalmaß) von einander abstehen?

Aufl. $S = 2D^2 = 9{,}8568$ □ Fuß.

59. Aufg. Aus der Eckenachse ($D = 2$ Ruthen 8 Decimalzoll) eines Würfels dessen Oberfläche (S) zu bestimmen.

Aufl. $S = 2D^2 = 8$ □° 65 □′ 28 □″.

60. Aufg. Wie vielmal größer als die durch zwei entgegengesetzte Würfelkanten gelegte Ebene (s) ist die Oberfläche (S) des Würfels selbst?

Aufl. $S = 3\sqrt{2} \cdot s$; also 4,2426 mal.

61. Aufg. Aus der Mantelfläche ($M = 208$ □ Meter) eines Würfels dessen Oberfläche (S) zu suchen.

Aufl. $S = 1{,}5\,M = 312$ □ Meter.

62. Aufg. Aus der Diagonale ($d = 2{,}34$ Fuß) von der Grundfläche eines Würfels dessen Oberfläche zu berechnen.

Aufl. $S = 3d^2 = 16{,}4268$ □ Fuß.

63. Aufg. Aus der Durchschnittsfläche ($s = 7 \square^0\ 7\frac{1}{5} \square'$ — Decimalmaß), welche durch die gleichliegenden Diagonalen von den Grundflächen eines Würfels geht, die Oberfläche des Würfels zu suchen.

Aufl. $S = 4{,}2426\ s = 30{,}004 \square$ Ruthen.

64. Aufg. Welche Oberfläche hat ein Würfel, dessen körperlicher Inhalt $K = 5832$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. $S = 6\sqrt[3]{K^2} = 1944 \square$ Fuß.

65. Aufg. Ein Würfel von $K = 6\frac{2}{5}$ Kubikmeter Inhalt wird durch einen Diagonalschnitt halbirt. Man bestimme die Oberfläche der einen Würfelhälfte.

Aufl. $S = 4{,}4142\ \sqrt[3]{K^2} = 15{,}2161 \square$ Meter.

66. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte ($K = 5$ Kubikfuß 211 Kubiklinien — Decimalmaß) eines Würfels dessen Oberfläche zu ermitteln.

Aufl. $S = 6\sqrt[3]{K^2} = 17{,}5446 \square$ Fuß.

67. Aufg. Die Kante eines gegebenen Würfels mißt $a = 2''\,3'''$ — Duodecimalmaß. Man suche die Oberfläche eines Würfels, dessen Kante $m = 6$ mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels.

Aufl. $S = 6 \cdot (m\,a)^2 = 1093\frac{1}{2} \square$ Zoll.

68. Aufg. Der körperliche Inhalt eines gegebenen Würfels beträgt $K = 35$ Kubikfuß 721 Decimalkubikzoll. Man suche die Oberfläche eines Würfels, dessen körperlicher Inhalt $m = 7$ mal so groß ist, als der des gegebenen Würfels.

Aufl. $S = 6\sqrt[3]{(m\,K)^2} = 238{,}14 \square$ Fuß.

69. Aufg. Die Grundfläche eines gegebenen Würfels beträgt $G = 10 \square''$. Wie groß ist die Oberfläche eines Würfels, dessen Grundfläche $m = 8$ mal so groß ist, als die von dem gegebenen Würfel?

Aufl. $S = 6\,m\,G = 480 \square$ Zoll.

70. Aufg. Die Mantelfläche des Würfels A hält $M = 3 \square$ Ruthen 48 Duodecimal-Quadratfuß, und ist $m = 9$ mal kleiner,

als die Mantelfläche des Würfels **B**. Man berechne hiernach die Oberfläche des Würfels **B**.

Aufl. $S = \frac{3}{2} m M = 45$ □ Ruthen.

71. Aufg. Die Eckenachse eines gegebenen Würfels mißt $D = 6$ Duodecimalzoll. Man bestimme die Oberfläche jenes Würfels, dessen Eckenachse $m = 2$ mal kleiner ist, als die von dem gegebenen Würfel.

Aufl. $S = 2\left(\frac{D}{m}\right)^2 = 18$ □ Zoll.

72. Aufg. Die Kantenachse eines gegebenen Würfels mißt $d = 1{,}2$ Fuß. Man berechne die Oberfläche eines andern Würfels, in welchem eine Kantenachse dem $m = 3^{ten}$ Theile von der Kantenachse des gegebenen Würfels gleichkommt.

Aufl. $S = 3\left(\frac{d}{m}\right)^2 = 48$ Decimal-Quadratzoll.

73. Aufg. Die Schnittfläche, welche durch die beiden gleichliegenden Diagonalen der Grundflächen eines Würfels geführt ist, beträgt $s = 70{,}71$ □ Fuß. Man suche die Oberfläche eines Würfels, bei welchem dieser Diagonalschnitt einen $m = 5$ mal kleinern Flächeninhalt hat.

Aufl. $S = 4{,}2426 \cdot \frac{s}{m} = 60$ □ Fuß.

74. Aufg. Bei einem gegebenen Würfel beträgt die Summe der sämmtlichen Kanten $p = 18$ Zoll. Man berechne die Oberfläche eines Würfels, dessen sämmtliche Kanten zusammen genommen $m = 9$ mal weniger betragen, als bei dem gegebenen Würfel.

Aufl. $S = \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{1}{6}$ □ Zoll.

75. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte eines Würfels ($K = 66$ Kubikzoll $430\frac{1}{8}$ Kubiklinien im Decimalmaße) eine seiner Seitenflächen (G) zu berechnen.

Aufl. $G = \sqrt[3]{K^2} = 16$ □ Zoll $40\frac{1}{4}$ □ Linien nach dem Decimalmaße.

76. Aufg. Aus dem Abstande zweier entgegengesetzten Würfelecken, d. i. aus der Eckenachse ($D = 6' \, 6'' \, 6'''$ — Decimalmaß) eines Würfels eine Seitenfläche des Würfels zu berechnen.

Aufl. $G = \frac{1}{3} D^2 = 14{,}7852$ □ Fuß.

77. Aufg. Aus der Durchschnittsebene (s = 3 □ Meter) eines Würfels, welche durch eine Kante der Basis geht und zu dieser eine Neigung von 45° (45 Grad) hat, die Basis selbst zu bestimmen.

Aufl. $G = 0{,}7071\ s = 2{,}1213$ □ Meter.

78. Aufg. Aus der Summe (u = 244 Fuß) der Seitenkanten eines Würfels die Summe (M) der Seitenflächen dieses Würfels zu berechnen.

Aufl. $M = \frac{1}{4}\ u^2 = 14884$ □ Fuß.

79. Aufg. Welche Außen- oder Mantelfläche (M) hat der würfelförmige Sockel eines Grabsteines, welcher Sockel, genau genommen, p = 10 Ctr 9 ℔ 6 Lth. $2\frac{4}{5}$ Quint wiegt, wenn das spezif. Gewicht des Steines r = 2 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser q = 44,3 ℔ schwer ist?

Aufl. $M = 4\sqrt[3]{\left(\frac{p}{q\,r}\right)^2} = 20\frac{1}{4}$ □ Fuß.

80. Aufg. Aus der gegebenen Kante (a = 10 Duodecimalzoll) eines Würfels den diesen Würfel halbirenden Diagonalschnitt (s) zu bestimmen.

Aufl. $s = a^2\sqrt{2} = 1{,}4142\ a^2 = 141{,}42$ □ Zoll im Duodecimalmaß.

81. Aufg. Aus dem gegebenen Netze (S = 100 □ Linien — Duodecimalmaß) eines Würfels den diesen Würfel halbirenden Diagonalschnitt (s) zu berechnen.

Aufl. $s = \frac{\sqrt{2}}{6}\,.\,S = 0{,}2357\ S = 23{,}57$ □ Linien.

82. Aufg. Aus dem gegebenen körperlichen Inhalte (K = 4 Kubikfuß) eines Würfels den diesen Würfel halbirenden Diagonalschnitt (s) zu suchen.

Aufl. $s = \sqrt{2}\,.\,\sqrt[3]{K^2} = 1{,}4142\sqrt[3]{K^2} = 3{,}5636$ □ Fuß.

83. Aufg. Die Oberfläche eines gegebenen Würfels beträgt $S = 12\frac{1}{2}$ □ Zoll. Man suche von einem andern Würfel, dessen

Oberfläche m = 2mal so groß ist, als die des gegebenen Würfels, den jenen Würfel halbirenden Diagonalschnitt (s).

Aufl. $s = \frac{mS}{6}\sqrt{2} = 0{,}4714\ S = 5{,}8925$ □ Zoll.

c. Berechnung von Seiten oder Kanten und andern Linien in Bezug auf den Würfel.

84. Aufg. Aus der Oberfläche (S = 705894 □ Zoll — Decimalmaß) eines Würfels eine Kante (a) desselben zu suchen.

Aufl. $a = \sqrt{\frac{S}{6}} = 343$ Decimalzoll $= 3^0\,4'\,3''$.

85. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte eines Würfels (K = $8\frac{1}{8}$ Kubikfuß) eine Kante (a) desselben zu bestimmen.

Aufl. $a = \sqrt[3]{K} = 2{,}01$ Fuß.

86. Aufg. Welche Länge hat die Seite oder Kante (a) eines Würfels, dessen körperlicher Inhalt K = 2 Kubikruthen und 376 Kubikzoll (Decimalmaß) beträgt?

Aufl. $a = \sqrt[3]{K} = 1{,}26$ Ruthen.

87. Aufg. Ein gewisser Körper hält K = 42,875 Kubikfuß. Wie lang muß die Seite oder Kante (a) eines Würfels von demselben Kubikinhalte sein?

Aufl. $a = \sqrt[3]{K} = 3\frac{1}{2}$ Fuß.

88. Aufg. Von einem Würfel, dessen körperlicher Inhalt K = 8 Kubikzoll beträgt, werden m = 2 Kubikzoll hinweggeschnitten, so daß der Rest wieder ein Würfel bleibt. Wie lang wird die Kante des letztern Würfels sein?

Aufl. $a = \sqrt[3]{K - m} = 1{,}817$ Zoll.

89. Aufg. Ein gegebener Würfel hat K = 125 Kubikfuß zu seinem Inhalte. Wie lang wird die Seite eines andern Würfels sein, welcher m = 4mal kleiner ist, als der gegebene Würfel?

Aufl. $a = \sqrt[3]{\frac{K}{m}} = 3{,}1498$ Fuß.

90. Aufg. Ein gegebener Würfel hält K = 20 Kubikfuß. Man soll sein Volumen allseitig so erweitern, daß ein neuer Würfel entsteht, dessen körperlicher Inhalt m = 3mal so groß ist, als der von dem gegebenen Würfel. Wie lang ist die Seite (a) des vergrößerten Würfels?

Aufl. $a = \sqrt[3]{mK} = 3{,}915$ Fuß.

91. Aufg. Aus einem gegebenen Würfel von K = 16 Decimal-Kubikzoll Inhalt soll ein kleinerer Würfel herausgenommen werden, so daß der Rest dem herausgenommenen Würfel an körperlichem Inhalte gleichkommt. Wie lang muß die Kante des letztern sein?

Aufl. $a = \sqrt[3]{\frac{K}{2}} = 2$ Decimalzoll.

92. Aufg. Ein Würfel von K = 2744 Kubikzoll Inhalt soll in n = 8 gleiche Würfel zerlegt werden. Man suche die Kante von einem dieser Würfel.

Aufl. $a = \sqrt[3]{\frac{K}{n}} = 7$ Zoll.

93. Aufg. Der körperliche Inhalt eines gegebenen Würfels beträgt K = 6,655 Kubikmeter. Man soll von diesem Würfel dessen m = 5ten Theil in Form eines Würfels hinwegschneiden. Um wieviel wird sodann die Kante des letztern Würfels kleiner sein, als die des erstern?

Aufl. Um $\left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{m}}\right)\sqrt[3]{K} = 0{,}781$ Meter.

94. Aufg. Aus jener geraden Linie (D = 8 Meter), welche zwei entgegengesetzte Ecken eines Würfels verbindet, eine Kante (a) dieses Würfels zu suchen.

Aufl. $a = \frac{D}{3}\sqrt{3} = 0{,}57735\ D = 4{,}6188$ Meter.

95. Aufg. Aus der ebenen Fläche ($s = \frac{1}{2}$ □ Fuß), welche durch zwei entgegengesetzte Kanten eines Würfels geht, eine dieser Kanten (a) zu bestimmen.

Aufl. $a = \sqrt{\frac{s}{2}\sqrt{2}} = 0{,}840896\sqrt{s} = 0{,}59$ Fuß.

96. Aufg. Aus der ebenen Fläche ($s = 8$ □ Ruthen 89 □ Zoll — Decimalmaß), welche durch zwei entgegengesetzte Kanten eines Würfels geht, den Umfang (u) dieser Durchschnittsfigur zu berechnen.

Aufl. $u = 4{,}0602\sqrt{s} = 11{,}48$ Ruthen.

97. Aufg. Welchen Umfang (u) hat jene Durchschnittsfigur, welche durch die gleichliegenden Diagonalen von zwei entgegengesetzten Seitenflächen eines Würfels gelegt ist, wenn ihr Flächeninhalt $s = 7\frac{1}{9}$ □ Fuß beträgt?

Aufl. $u = 4{,}0602\sqrt{s} = 10{,}827$ Fuß.

98. Aufg. Wie groß ist der Abstand (D) zweier entgegengesetzten Würfelecken, wenn eine Kante desselben Würfels $a = 6$ Zoll mißt?

Aufl. $D = a\sqrt{3} = 1{,}732\,a = 10{,}39$ Zoll.

99. Aufg. Aus dem Perimeter ($u = 5$ Fuß) einer Seitenfläche von einem Würfel die Entfernung (D) zweier entgegengesetzten Ecken desselben Würfels zu suchen.

Aufl. $D = 0{,}433\,u = 2{,}165$ Fuß.

100. Aufg. Aus der Oberfläche ($S = 88{,}36$ □ Zoll) eines Würfels eine Eckenachse (D) desselben zu berechnen.

Aufl. $D = 0{,}7071\sqrt{S} = 6{,}65$ Zoll.

101. Aufg. Aus der Basis ($G = 8$ □′ 41 □″ — Decimalmaß) eines Würfels eine Eckenachse (D) desselben zu bestimmen.

Aufl. $D = 1{,}732\sqrt{G} = 5{,}0228$ Fuß.

102. Aufg. Aus der Kantenachse ($d = 4$ Meter) eines Würfels, d. i. aus dem Abstande zweier entgegengesetzten Würfelkanten, die Eckenachse (D) eben dieses Würfels zu berechnen.

Aufl. $D = \frac{d}{2}\sqrt{6} = 1{,}2247\,d = 4{,}8988$ Meter.

103. Aufg. Aus der durch zwei entgegengesetzte Würfelkanten gelegten Durchschnittsebene ($s = 42\frac{1}{4}$ □ Zoll) eines Würfels die Eckenachse desselben zu suchen.

Aufl. $D = 1{,}45647 \sqrt{s} = 9{,}467$ Zoll.

104. Aufg. Aus der Oberfläche ($S = 6$ □′ 30 □″ und 1 □‴ — Decimalmaß) eines Würfels den Abstand (d) von zwei entgegengesetzten Kanten desselben zu bestimmen.

Aufl. $d = 0{,}57735 \sqrt{S} = 1{,}449$ Fuß.

105. Aufg. Aus der Seitenachse ($a = 2\frac{1}{8}$ Meter), d. i. aus dem Abstande zweier entgegengesetzten Seitenflächen eines Würfels, eine Kantenachse (d) desselben zu berechnen.

Aufl. $d = a \sqrt{2} = 1{,}4142\ a = 3$ Meter 5 Millimeter.

106. Aufg. Aus dem Abstande ($D = 1\frac{1}{2}$ Fuß) zweier opponirten Würfelecken den Abstand (d) zweier entgegengesetzten Kanten dieses Würfels zu bestimmen.

Aufl. $d = 0{,}8165\ D = 1{,}2247$ Fuß.

107. Aufg. Aus der Summe ($u = 20$ Ellen) zweier entgegengesetzten Kanten eines Würfels den Abstand (d) dieser Kanten von einander zu suchen.

Aufl. $d = \frac{u}{2} \sqrt{2} = 0{,}7071\ u = 14{,}14$ Ellen.

108. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte ($K = 4$ Kubikfuß 96 Decimalkubikzoll) eines Würfels die Entfernung (d) zweier entgegengesetzten Kanten desselben zu berechnen.

Aufl. $d = 1{,}4142 \sqrt[3]{K} = 2{,}2627$ Fuß.

109. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte ($K = 8$ Kubikfuß) eines Würfels die Entfernung (D) von zwei entgegengesetzten Ecken desselben zu bestimmen.

Aufl. $D = 1{,}732 \sqrt[3]{K} = 3{,}464$ Fuß.

d. Gewichts-Berechnungen.

(Vergleiche A.)

110. Aufg. Wie viel Pfund wiegt ein Würfel von Eis, wenn der Würfel 50 bayer. Kubikfuß Raum einnimmt, das spezif. Gewicht des Eises 0,9 beträgt und der bayer. Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ schwer ist?

Aufl. 1993,5 ℔.

111. Aufg. Welches Gewicht hat ein Würfel von Sandstein, dessen spezif. Gewicht 2,16 beträgt, wenn jede Würfelkante 10 Duodecimalzoll lang ist, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 55 ℔ 12 Lth.

112. Aufg. Auf wie viel Wägen kann eine Duodecimalkubikruthe Sand hinweggebracht werden, wenn jeder Wagen 15 Ctr ladet, das spezif. Gewicht des Sandes noch einmal so viel beträgt, als das des reinen Wassers und jeder Kubikfuß von letzterm 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Auf $102\frac{1}{15}$ Wägen nahezu.

113. Aufg. Wie lang muß die Kante (a) eines Würfels sein, welcher $\frac{1}{2}$ bayer. Centner wiegt, wenn er aus Eisen, dessen spezif. Gewicht 7,2 ist, gegossen worden ist, und das Gewicht von einem Kubikfuß reinen Wassers 44,3 ℔ beträgt?

Aufl. Kante = a = 539 Decimalkubikzoll.

114. Aufg. Aus dem absoluten Gewichte (p = 1583 ℔ $23\frac{1}{5}$ Lth.) eines Würfels von Quecksilber den körperlichen Inhalt (K) desselben zu berechnen, wenn das spezif. Gewicht des Quecksilbers r = 14,3 ist, und das Gewicht eines Kubikfußes reinen Wassers q = 44,3 ℔ nach bayer. Maße beträgt.

Aufl. $K = \frac{p}{q\,r} = 2{,}5$ Kubikfuß.

115. Aufg. Welche Oberfläche (S) hat jener Würfel aus Sandstein, welcher 35 Ctr 44 ℔ schwer ist, wenn das spezif. Gewicht des Sandsteines 2,4 beträgt und 1 Decimalkubikzoll reines Wasser 1 Lth. $1\frac{2}{8}$ Quint nach bayer. Maße wiegt?

Aufl. S = 62,17 □ Fuß.

116. Aufg. Wie groß ist die Grundfläche (G), auf welcher ein silberner Würfel ruht, der 39 Mark 7 Unzen und $3\frac{1}{3}$ Gran

wiegt, wenn das Silber $10\frac{1}{2}$ mal so schwer als reines Wasser ist, und jeder Kubikfuß von diesem 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. $G = 12\frac{1}{4}$ □ Zoll.

117. Aufg. Welche Außenfläche (M) bietet der würfelförmige Sockel eines Grabsteines dar, welcher, genau genommen, 10 Ctr 9 ℔ 6 Lth. $2\frac{4}{5}$ Quint wiegt, wenn das spezif. Gewicht des Steins 2 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ schwer ist?

Aufl. $M = 20\frac{1}{4}$ □ Fuß.

118. Aufg. Ein Würfel aus Eichenholz, dessen spezif. Gewicht $1\frac{1}{8}$ ist, wiegt 31 Ctr $89\frac{3}{5}$ ℔. Wie lang ist die Eckenachse (D) dieses Würfels, da ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ schwer ist?

Aufl. $D = 6{,}928$ Fuß.

119. Aufg. Ein Würfel aus Granit verfertigt, wiegt $p = 5$ ℔ $17\frac{1}{5}$ Lth. Man bestimme eine Kantenachse (d) dieses Würfels, wenn das spezif. Gewicht des Granits $q = 2{,}8284$ beträgt und der Kubikfuß reines Wasser $r = 44{,}3$ ℔ schwer ist.

Aufl. $d = 1{,}4142 \sqrt[3]{\frac{p}{qr}} = \frac{1}{2}$ Fuß.

e. Gemischte Aufgaben.

120. Aufg. Wie viel beträgt der Kubikinhalt (K) und die Oberfläche (S) eines Würfels, wenn jede seiner Kanten $a = 8$ Fuß mißt?

Aufl. $K = a^3 = 512$ Kubikfuß;

$S = 6a^2 = 384$ □ Fuß.

121. Aufg. Man suche die Kante (a) eines Würfels, welcher seinem körperlichen Inhalte nach drei gegebenen Kugeln ($k_1 = 16$ Kubikfuß, $k_2 = 3$ Decimalkubikzoll und $k_3 = 8$ Decimalkubiklinien) gleich ist.

Aufl. $a = \sqrt[3]{k_1 + k_2 + k_3} = 2'\,5''\,2'''$.

122. Aufg. Von zwei gegebenen Würfeln hält der eine $k_1 = 180$ und der andere $k_2 = 36$ Kubikfuß. Man suche die Oberfläche (S) eines dritten Würfels, welcher dem körperlichen Inhalte nach den gegebenen zwei Würfeln gleich ist.

Aufl. $S = 6\sqrt[3]{(k_1 + k_2)^2} = 216$ □ Fuß.

123. Aufg. Man suche die Oberfläche (S) eines Würfels, welcher seinem körperlichen Inhalte nach dem Unterschiede von zwei gegebenen Würfeln ($k_1 = 20$ und $k_2 = 2{,}424$ Kubikfuß) gleich kommt.

Aufl. $S = 6 \sqrt[3]{(k_1 - k_2)^2} = 40{,}56$ □ Fuß.

124. Aufg. In welchem Verhältnisse steht in einem und demselben Würfel die Grundfläche (G) zu der durch zwei gleichliegende Diagonalen der beiden Grundflächen gelegten Durchschnittsebene (s)?

Aufl. $G : s = 1 : \sqrt{2} = 1 : 1{,}4142$.

125. Aufg. Wie vielmal größer ist die Oberfläche (S) eines Würfels als die durch zwei entgegengesetzte Würfelkanten gelegte ebene Durchschnittsfigur (s)?

Aufl. S ist 4,2426mal größer als s.

126. Aufg. In einem Würfel (k_1) ist ein anderer (k_2) und in diesen ein dritter (k_3) so eingeschrieben, daß die Seitenkanten der eingeschriebenen Würfel die Seitenflächen der umschreibenden Würfel halbiren. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte dieser drei Würfel, wenn die Kante des größten Würfels einen Fuß mißt?

Aufl. $k_1 : k_2 : k_3 = 1 : \sqrt{\tfrac{1}{8}} : \tfrac{1}{8}$.

127. Aufg. In einen Würfel (k_1) ist ein anderer (k_2) und in diesen ein dritter (k_3) so eingeschrieben, daß die Seitenkanten der eingeschriebenen Würfel die Seitenflächen der umschreibenden halbiren. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte dieser drei Würfel, wenn die Kante des kleinsten Würfels einen Meter mißt?

Aufl. $k_1 : k_2 : k_3 = 8 : \sqrt{8} : 1$.

128. Aufg. In einen Würfel (k_1) ist ein anderer (k_2) und in diesen ein dritter (k_3) so eingeschrieben, daß die Seitenkanten der eingeschriebenen Würfel die Seitenflächen der umschreibenden halbiren. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte dieser drei Würfel, wenn die Kante des mittlern Würfels einen Zoll mißt?

Aufl. $k_1 : k_2 : k_3 = \sqrt{8} : 1 : \sqrt{\tfrac{1}{8}}$.

129. Aufg. Um einen Würfel ist ein anderer und um diesen ein dritter Würfel so beschrieben, daß die Seitenflächen der umschreibenden Würfel durch die Seitenkanten der eingeschriebenen halbirt werden. In welchem Verhältnisse stehen die Oberflächen (S_1, S_2 und S_3) dieser drei Würfel, wenn der kleinste von den gegebenen Würfeln einen Kubikzoll zum Inhalte hat?

Aufl. $S_1 : S_2 : S_3 = 4 : 2 : 1$.

2. Ueber das Prisma überhaupt.

Es bezeichne: K den körperlichen Inhalt,
S die Oberfläche,
M die Mantelfläche,
G die Basis und
H die Höhe eines Prisma,

so gelten als Hauptformeln:

$$K = GH; \text{ also } G = \frac{K}{H} \text{ und } H = \frac{K}{G};$$

$$S = 2G + M; \text{ also } G = \frac{S - M}{2} \text{ und } M = S - 2G.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes.

130. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Prisma, dessen Grundfläche G = 4362 □ Fuß und dessen Höhe H = 26 Fuß beträgt?

Aufl. K = 113412 Kubikfuß.

131. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Prisma, dessen Basis G = 119 □ Zoll und dessen Höhe H = $12\frac{1}{7}$ Zoll beträgt?

Aufl. K = 1445 Kubikzoll.

132. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Prisma, dessen Grundfläche G = $1\frac{3}{5}$ □ Fuß und dessen Höhe H = $3\frac{1}{8}$ Duodecimalzoll hält?

Aufl. K = $\frac{5}{12}$ Kubikfuß.

133. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat jenes Prisma, dessen Basis 2 □ Ruthen 5 □ Fuß hält, und dessen Höhe 2 Fuß 4 Zoll (Decimalmaß) mißt?

Aufl. K = 492 Kubikfuß.

134. Aufg. Welchen körperlichen Raum nimmt eine bayerische Holzklafter ein, da sie bei $4\frac{1}{2}$ Fuß Scheitlänge 6 Fuß hoch und 6 Fuß breit ist, und diese drei Dimensionen auf einander senkrecht sein müssen?

Aufl. $K = 126$ Kubikfuß.

135. Aufg. Um wie viel Kubikfuß bleibt eine Klafter Holz bei 3 Fuß 2 Duodecimalzoll Scheitlänge hinter einer bayer. Normalholzklafter (Aufgabe 134) zurück?

Aufl. Um 12 Kubikfuß.

136. Aufg. Man suche den körperlichen Inhalt eines senkrechten dreiseitigen Prisma, dessen Seitenflächen gleiche Quadrate sind, von welchen jedes $p = 8$ Zoll zum Umfange hat.

Aufl. $K = 0{,}433 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^3 = 3{,}464$ Kubikzoll.

137. Aufg. Die Basis eines senkrechten Prisma ist ein reguläres Dreieck. Welchen kubischen Inhalt hat dieser Körper, wenn jede seiner Kanten $a = 8$ Zoll mißt?

Aufl. $K = 0{,}433\ a^3 = 221{,}696$ Kubikzoll.

138. Aufg. Wie viele Duodecimalkubikzoll hat jenes senkrechte Prisma, welches zur Grundfläche ein reguläres Dreieck von $p = 1$ Fuß im Umfange hat, wenn jede Seitenkante halb so lang ist, als jede Grundkante dieses Prisma?

Aufl. $K = 0{,}433 \cdot \frac{p^3}{54} = 13{,}856$ Kubikzoll.

139. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein schiefes Prisma, welches zur Basis ein reguläres Viereck von $p = 4$ Fuß im Umfange hat, wenn jede Seitenkante noch einmal so lang, als jede Grundkante, und unter einem halben rechten Winkel zur Basis geneigt ist?

Aufl. $K = \frac{p^3}{64}\sqrt{2} = 0{,}0221\ p^3 = 1{,}414$ Kubikfuß.

140. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Fünfeck ist, wenn jede Seitenkante $h = 10$ Zoll mißt, und dabei doppelt so groß ist, als jede Grundkante?

Aufl. $K = 0{,}43\ h^3 = 430$ Kubikzoll.

141. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, wenn jede Seitenkante zwar $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß mißt, aber doch nur halb so lang als jede Grundkante ist?

Aufl. $K = 10{,}392\ h^3 = 162\frac{3}{8}$ Kubikfuß nahezu.

142. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Achteck von $p = 16$ Fuß im Umfange ist, wenn jede Seitenkante dem Perimeter der Basis gleich ist?

Aufl. $K = 0{,}07544\ p^3 = 309{,}02$ Kubikfuß.

143. Aufg. Wie viele Kubikmeter hält ein senkrechtes Prisma, dessen Basis ein reguläres Zehneck ist, wenn jede Grundkante einen ganzen und jede Seitenkante (h) einen halben Meter messen?

Aufl. $K = 30{,}776\ h^3 = 3{,}847$ Kubikmeter.

144. Aufg. Wie viele Kubikzoll hat ein senkrechtes Prisma, wenn die Basis ein reguläres Zwölfeck ist, jede Seitenkante $h = 5''$ mißt und genau das Doppelte von jeder Grundkante beträgt?

Aufl. $K = 2{,}799\ h^3 = 349{,}875$ Kubikzoll.

145. Aufg. Wie viele bayer. Schäffel Gerste faßt ein rechtwinkliger viereckiger Getreidekasten, welcher im Lichten $4\frac{1}{2}$ Fuß breit und $10\frac{1}{2}$ Fuß lang ist, wenn die Getreidehöhe in demselben $3\frac{1}{2}$ Fuß beträgt und 8,965 Kubikfuß ein bayer. Schäffel geben?

Aufl. 18,45 Schäffel.

146. Aufg. Welchen körperlichen Raum nehmen in einer Kirche 8 gleiche Säulen (Pfeiler) ein, wenn eine jede 40 Fuß hoch, gleichförmig dick ist und zur Grundfläche ein Quadrat hat, dessen Umfang 14 Fuß beträgt?

Aufl. $K = 8 . 490 = 3920$ Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger andern Flächen von einem Prisma.

147. Aufg. Ein senkrechtes Prisma ist $H = 6$ Fuß hoch und hat zur Grundfläche ein Quadrat, von welchem jede Seite $a = 2\frac{1}{2}$ Fuß mißt. Welche Oberfläche (S) hat nun dieses Prisma?

Aufl. $S = 2a\ (a + 2H) = 72\frac{1}{2}$ □ Fuß.

148. Aufg. Ein dreiseitiges senkrechtes Prisma ist H = 9 Fuß 6 Decimallinien hoch. Welche Oberfläche hat dasselbe, wenn jede Grundkante a = 20 Fuß lang ist?

Aufl. $S = a\,(0{,}866\,a + 3\,H) = 890$ □ Fuß.

149. Aufg. Ein vierseitiges senkrechtes Prisma ist H = 23 Fuß 3 Decimalzoll hoch. Welche Oberfläche hat dasselbe, wenn jede Grundkante desselben a = 3 Fuß 4 Decimalzoll lang und die Basis selbst eine reguläre Figur ist?

Aufl. $S = 2a\,(a + 2H) = 340$ □ Fuß.

150. Aufg. Ein senkrechtes Prisma ist H = 1 Fuß 8 Decimalzoll hoch und hat K = 34 Kubikfuß und 848 Decimalkubikzoll zum Inhalte. Man suche seine Oberfläche (S), wenn die Basis ein Quadrat ist.

Aufl. $S = \frac{2K}{H} + 4\sqrt{HK} = 70{,}4$ □ Fuß.

151. Aufg. Ein senkrechtes H = 5 Zoll hohes Prisma hat K = 77,94 Kubikzoll zum Inhalte. Man suche die Oberfläche (S) dieses Prisma, wenn die Basis ein gleichseitiges Dreieck ist.

Aufl. $S = \frac{2K}{H} + 6\sqrt{\frac{KH}{\sqrt{3}}} = 121{,}176$ □ Zoll.

152. Aufg. Ein vierseitiges senkrechtes Prisma ist H = 2,9 Fuß hoch. Welche Oberfläche (S) hat dasselbe, wenn die kleinere Grundkante a = 8 und die größere b = 14 Decimalzoll mißt, und beide Kanten rechtwinklig zusammen stoßen?

Aufl. $S = 2ab + 2H\,(a + b) = 15$ □ Fuß.

153. Aufg. Auf welcher Fläche (G) ruht ein H = $2\frac{1}{4}$ Meter dicker, prismatisch zugehauener Eichblock, wenn sein körperlicher Inhalt K = 98 Kubikmeter und $15\frac{5}{8}$ Kubikdecimeter beträgt?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 43$ □ Meter $56\frac{1}{4}$ □ Decimeter.

154. Aufg. Ein H = 20 Fuß langes Parallelepipedum von K = 40 Kubikfuß und 4 Kubikzoll des Decimalmaßes Inhalt wird

parallel zu den Grundflächen durch eine Ebene geschnitten. Wie groß wird die Schnittfläche (G) sein?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 2 \square$ Fuß 2 Decimal- $\square$ Linien.

155. Aufg. Ein Fluß von $H = 5' 4'' 8'''$ (Decimalmaß) Geschwindigkeit wälzt in jeder Sekunde $K = 1900{,}78$ Kubikfuß Wasser in seinem Bette fort. Wie groß ist dessen Querprofil (G) oder die Grundfläche jenes fortgewälzten Wasserprisma?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 348\frac{1}{2} \square$ Fuß.

156. Aufg. Eine vierseitige Säule, welche $H = 40$ Fuß hoch und gleichförmig dick ist, soll bei einer Feierlichkeit mit rothem Tuche ringsum bedeckt werden. Wie viele bayer. Ellen (à 2 Fuß $10\frac{1}{4}$ Duodecimalzoll) sind von diesem Tuche erforderlich, wenn die Basis der prismatischen Säule ein Quadrat von $G = 12\frac{1}{4} \square$ Fuß Inhalt ist, und die Breite des Tuches der Breite einer Seitenfläche gleich ist?

Aufl. Anzahl $= \frac{4H . \sqrt{G}}{2{,}854 \times 3{,}5} = 56{,}06$ Ellen.

157. Aufg. Welche Mantel- oder Seitenfläche (M) hat ein senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, wenn jede Seitenkante $H = 5$ Fuß mißt, und der körperliche Inhalt des Prisma $K = 1299$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. $M = 3{,}7225 \sqrt{KH} = 300 \square$ Fuß.

158. Aufg. Ein senkrechtes Parallelepipedum mit quadratischer Basis wird durch einen Schnitt, welcher durch zwei entgegengesetzte Grundkanten geht, halbirt. Man bestimme die Schnittfläche (s), wenn jede Grundkante $a = 12$ Decimalzoll mißt, und das Prisma $K = 5\frac{1}{25}$ Kubikfuß hält.

Aufl. $s = a \sqrt{a^2 + \left(\frac{K}{a^2}\right)^2} = 444$ Decimal- $\square$ Zoll.

159. Aufg. Ein senkrechtes Parallelepipedum mit rhombischer Basis wird durch einen Schnitt, welcher durch zwei entgegengesetzte Seitenkanten geht, halbirt. Man bestimme a) die größere, b) die kleinere der hier möglichen Schnittflächen (s), wenn der gegebene

Körper K = 866 Kubikfuß hält, alle seine Kanten gleich lang sind und der eine von den verschiedenen Basiswinkeln 60 Grad mißt?

Aufl. a) $s = \sqrt[3]{\frac{4}{3} K^2} = 100$ □ Fuß.

b) $s = \sqrt[3]{\frac{4}{3} K^2} \times \sqrt{3} = 173{,}2$ □ Fuß.

c. Berechnung der Höhe und anderer Linien von einem Prisma.

160. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte (K = 7335 Kubikfuß) und der Grundfläche (G = 326 □ Fuß) eines Prisma seine Höhe (H) zu berechnen.

Aufl. $H = \frac{K}{G} = 22\frac{1}{2}$ Fuß.

161. Aufg. Welche Länge (H) hat ein Getreidekasten, welcher K = 168 Kubikfuß Getreide faßt, wenn er b = 6 Fuß 9 Zoll breit, a = 2 Fuß 4 Zoll hoch ist, und derselbe allenthalben rechtwinklig construirt ist (im Duodecimalmaße)?

Aufl. $H = \frac{K}{ab} = 10$ Fuß 8 Zoll.

162. Aufg. Welche Breite (H) hat ein Mehlkasten, welcher K = 28,98 Kubikfuß Mehl faßt, wenn er a = $3\frac{1}{2}$ Fuß hoch, b = 1 Fuß 8 Zoll weit ist, und derselbe allenthalben rechtwinklig construirt ist (im Decimalmaße)?

Aufl. $H = \frac{K}{ab} = 4$ Fuß 6 Zoll.

163. Aufg. Welche Länge (H) hat ein prismatischer Balken, welcher K = $47\frac{3}{5}$ Kubikfuß hält, wenn er a = $3\frac{1}{2}$ Fuß breit und b = $4\frac{1}{4}$ Fuß dick ist, und sämmtliche Außenflächen unter rechten Winkeln zu einander geneigt sind?

Aufl. $H = \frac{K}{ab} = 3{,}2$ Fuß.

164. Aufg. Von einem prismatischen Körper, dessen Kubik-Inhalt K = 119 Kubikruthen beträgt, sind zwei seiner Dimensionen

(a = 2⅛ und b = 4⅕ Ruthen) gegeben. Man suche die dritte Dimension (H) desselben.

Aufl. $H = \frac{K}{ab} = 13\frac{1}{3}$ Ruthen.

165. Aufg. Zur Aufführung eines Dammes sind 1 Million Kubikfuß Erde nöthig. Um wie viel Fuß müßte eine ebene Feldung von 10 bayer. Tagwerken (à 40000 □ Fuß) abgegraben werden, wenn hiedurch die erforderliche Erdmasse gewonnen werden sollte?

Aufl. Um 2½ Fuß.

166. Aufg. Ein Acker ist vollkommen horizontal und hält 2½ bayer. Tagwerk. Wie tief ist die darauf gefallene Schneemasse, wenn dieselbe auf 150 Decimalkubikruthen taxirt wird?

Aufl. 1½ Fuß tief.

167. Aufg. Ein vierseitiges senkrechtes Prisma hat K=18 Kubikzoll Inhalt und seine gleichwinklige Grundfläche hält G = 3 □ Zoll. Man bestimme dessen Eckenachse (D) oder jene Gerade, welche durch die Mitte des Körpers geht und zwei entgegengesetzte körperliche Ecke verbindet, wenn die kürzere Grundkante a = 1½ Zoll mißt.

Aufl. $D = \sqrt{\left(\frac{K}{G}\right)^2 + a^2 + \left(\frac{G}{a}\right)^2} = 6\frac{1}{2}$ Zoll.

168. Aufg. Wie weit stehen zwei entgegengesetzte Ecke einer bayer. Normalholzklafter von einander ab, indem hier die Breite sowie die Höhe a = 6 Fuß beträgt, und die Scheitlänge b = 3½ Fuß mißt?

Aufl. $D = \sqrt{2a^2 + b^2} = 9{,}18$ Fuß.

169. Aufg. Wie weit stehen zwei entgegengesetzte Ecke einer Klafter Holz von einander ab, wenn sowohl Höhe als auch Breite a = 6 Fuß messen und die Scheitlänge b = 4 Fuß beträgt?

Aufl. $D = \sqrt{2a^2 + b^2} = 9{,}38$ Fuß.

170. Aufg. Ein Prisma ist H = 18 Fuß hoch und hat K = 98 Kubikfuß zum Inhalte. Welchen Umfang (p) hat seine Basis, wenn sie ein Quadrat ist?

Aufl. $p = 4\sqrt{\frac{K}{H}} = 9\frac{1}{3}$ Fuß.

171. Aufg. Ein Prisma ist H = 15 Fuß hoch und hat K = 103,92 Kubikfuß zum Inhalte. Welchen Umfang (p) hat die Basis, wenn sie ein gleichseitiges Dreieck ist?

Aufl. $p = 4{,}559 \sqrt{\frac{K}{H}} = 12$ Fuß.

d. Gewichtsberechnungen bei Prismen.

(Vergleiche A.)

172. Aufg. In einem prismatischen Kasten, dessen Boden ein Rechteck von 5 Fuß Länge und 4 Fuß Breite ist, wird Sand zugefahren. Wie schwer ist die Fuhr Sand, wenn der Kasten $1\frac{1}{2}$ Fuß hoch mit Sand gefüllt ist, dieser 1,6 zum spezif. Gewichte hat und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 21 Ctr. $26\frac{2}{5}$ ℔.

173. Aufg. Wie schwer ist ein gewöhnlicher Back- oder Ziegelstein, welcher 14 Zoll lang, 7 Zoll breit und $2\frac{1}{2}$ Zoll (Duodecimalmaß) dick ist, wenn sein spezif. Gewicht 2 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser $44\frac{1}{3}$ ℔ beträgt?

Aufl. 12,57 ℔.

174. Aufg. Der Sockel eines Grabmonumentes ist prismatisch behauen. Wie schwer ist derselbe, wenn seine rechtwinklige Basis 4 Fuß lang und 3 Fuß breit ist, und die Höhe des Sockels $2\frac{1}{2}$ Fuß beträgt? Das spezif. Gewicht des Steines soll 2,4 und das (absolute) Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 70 ℔ sein.

Aufl. 5040 ℔.

175. Aufg. Wie schwer ist die Eisdecke auf einem $\frac{7}{8}$ bayer. Tagwerke (à 40000 □ Fuß) großen Teiche, wenn die Dicke des Eises allenthalben 10 Duodecimalzoll beträgt und das Eis die Zahl 0,9 zum spezif. Gewichte hat, und ein Kubikfuß von reinem Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. $11628\frac{3}{4}$ Ctr.

176. Aufg. Die Tiefe des bei Windstille auf ebenes Feld gefallenen Schnees beträgt 10 Duodecimalzoll. Wie viel mag das Gewicht der auf ein bayer. Tagwerk gefallenen Masse dieses Schnees betragen, wenn sich durch Schmelzung ergibt, daß 16 Duodecimallinien

(Schneehöhe) genau einer Linie (Höhe) des gewonnenen Wassers entsprechen, von welchem jeder Kubikfuß 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 922 Ctr 91⅔ ℔.

177. Aufg. Wie schwer ist eine Klafter ausgetrocknetes Buchenholz, dessen spezif. Gewicht 0,84 beträgt, wenn die Zwischenräume auf $\frac{2}{9}$ der ganzen Klafter, welche bei 3½ Fuß Scheitlänge 6 Fuß in der Breite und 6 Fuß in der Höhe hat, geschätzt werden und das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 44⅓ ℔ wiegt?

Aufl. 36 Ctr 49½ ℔ (nahezu).

178. Aufg. Wie schwer ist eine Klafter von frisch gefälltem Buchenholze, dessen spezif. Gewicht 0,99 beträgt, wenn die Zwischenräume auf $\frac{2}{9}$ der ganzen Klafter, welche bei 3½ Fuß Scheitlänge 6 Fuß in der Breite und 6½ Fuß in der Höhe hat, gerechnet werden, und das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 44⅓ ℔ wiegt?

Aufl. 46 Ctr 59⅔ ℔ (beinahe).

179. Aufg. Wie viel Pfund wiegt ein eiserner Keil, dergleichen z. B. Holzaufmacher gebrauchen, wenn die Platte oder der Rücken desselben ein reguläres Viereck von $p = 10$ Decimalzoll im Umfange, jede von den längern Kanten $a = 10$ Decimalzoll mißt, das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht $= 0{,}00124594\, p^2 \sqrt{(8a+p)(8a-p)}$

Gewicht $= 9{,}89$ ℔.

e. Gemischte Aufgaben.

180. Aufg. Wie viele Kubikfuß in bayerischem Maße hält eine Württemberger-Holzklafter, welche nach Württemberger-Maß 6 Fuß breit und 6 Fuß hoch bei 4 Fuß Scheitlänge ist, da der bayer. Fuß zum württembergischen sich verhält wie 1019 zu 1000?

Aufl. 136,094 bayer. Kubikfuß.

181. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten Prisma ist ein Quadrat von $G = 23$ □ Fuß 4 □ Zoll (Decimalmaß) Inhalt;

die Seitenflächen dieses Körpers betragen zusammen M = 5 □ Fuß. Man suche den körperlichen Inhalt (K) dieses Prisma.

Aufl. $K = \frac{M}{4} \sqrt{G} = 6$ Kubikfuß.

182. Aufg. Die Gesammtoberfläche eines senkrechten Prisma, welches zur Basis ein Quadrat von G = 70 □ Zoll 56 □ Linien (Decimalmaß) Inhalt hat, beträgt S = 200 □ Zoll 2 □ Linien desselben Maßes. Welchen Kubikinhalt (K) hat nun dieser Körper?

Aufl. $K = \frac{S - 2G}{4} \sqrt{G} = 123$ Kubikzoll und 690 Kubiklinien (Decimalmaß).

183. Aufg. Die Basis eines senkrechten dreiseitigen Prisma hält G = 6 □ Fuß und ist rechtwinkelig. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat nun dieses Prisma, wenn die eine von den zwei kleinern Seitenflächen p = 32 und die andere q = 24 □ Fuß halten?

Aufl. $K = \sqrt{\frac{1}{2} pqG} = 48$ Kubikfuß.

184. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten dreiseitigen Prisma hält G = 3 □ Fuß 36 □ Zoll (Decimalmaß); es mißt ferner die erste der drei Seitenflächen p = 1 □ Fuß, die zweite q = 1 □ Fuß 70 □ Zoll und die dritte r = 2 □ Fuß 10 □ Zoll. Welchen kubischen Inhalt (K) (im Decimalmaße) hat nun dieses Prisma?

Aufl. $K = \sqrt{\frac{1}{4} G \sqrt{(p+q+r)(p+q-r)(p+r-q)(q+r-p)}}$
$K = 1$ Kubikfuß 680 Kubikzoll.

185. Aufg. Die Oberfläche eines senkrechten dreiseitigen Prisma hält S = 415,424 □ Zoll, und die drei Seitenflächen zusammen M = 360 □ Zoll. Welchen Kubikinhalt (K) hat nun dieser Körper, wenn seine Basis eine reguläre Figur ist?

Aufl. $K = \frac{M}{6} \sqrt{\frac{(S-M)\sqrt{3}}{2}} = 415{,}686$ Kubikzoll.

186. Aufg. Ein Würfel von K = 8 Kubikzoll Inhalt wird mit Beibehaltung der Basen so verschoben, daß ein Parallelepipedum entsteht, in welchem zwei entgegengesetzte Seitenflächen zu den Grundflächen eine Neigung von 45 Sexagesimalgraden haben. Um wie

viel weicht a) der körperliche Inhalt, b) die Mantelfläche dieses Parallelepipedum von dem Kubikinhalte und der Mantelfläche des gegebenen Würfels ab?

Aufl. a) Um $(1 - \frac{1}{2}\sqrt{2})$ K $= 0{,}2929$ K $= 2{,}343$ Kubikzoll;

b) Um $(2 - \sqrt{2})\sqrt[3]{K^2} = 0{,}5858\sqrt[3]{K^2} = 2{,}343$ □ Zoll.

187. Aufg. Die Bodenfläche eines Waldes beträgt 100 Tagwerk (à 40000 □ Fuß), und hievon nehmen die Basen der darauf wachsenden Bäume den 600sten Theil ein. Auf wie viele Klafter Holz, jede zu 95 Kubikfuß gerechnet, kann man den Waldbestand taxiren, wenn die Durchschnittshöhe der Baumstämme 54 Fuß beträgt und die Bäume selbst als allenthalben gleich dick angesehen werden dürfen?

Aufl. Auf $3789\frac{9}{19}$ Klafter.

188. Aufg. Ein Würfel wird durch ebene Schnitte, welche einen Zoll breit und auf den Kantenachsen senkrecht sind, an seinen vier Seitenkanten so abgestumpft, daß er in ein achtseitiges Prisma übergeht. Man bestimme den Unterschied zwischen diesem Prisma und dem gegebenen Würfel, wenn dessen Kantenachse vor der Abstumpfung 4 Zoll lang ist.

Aufl. Unterschied $= 8\sqrt{8} - 7\sqrt{8} = 2{,}828$ Kubikzoll.

189. Aufg. Der körperliche Inhalt eines senkrechten dreiseitigen Prisma beträgt K $= 980$ Kubikfuß, und der Perimeter seiner Grundfläche, welche ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck ist, mißt p $= 23$ Fuß 8 Zoll 9,94 Linien (im Decimalmaß). Man bestimme die Kante (a) jenes Würfels, von welchem das gegebene Prisma ein Ergänzungsstück ist.

Aufl. $a = 2\,(2 + \sqrt{2})^2\,\frac{K}{p^2} = 23{,}3135\,\frac{K}{p^2}$
$= 40$ Fuß.

190. Aufg. Bekanntlich sinkt ein schwimmender lebloser Körper in einer Flüssigkeit so tief hinab, bis die von ihm aus der Stelle verdrängte Flüssigkeit ebenso schwer ist, als die Masse des schwimmenden Körpers selbst. Es entsteht nun die Frage: wie tief ein Würfel von Erlenholz, dessen Kante a $= 12$ Decimalzoll mißt, in reinem

Wasser einsinkt, wenn das spezif. Gewicht des Erlenholzes 0,8 beträgt und beim Einsinken die Basis des Würfels mit der Oberfläche des Wassers parallel bleibt?

Aufl. 0,8 a = $9\frac{3}{5}$ Zoll tief.

191. Aufg. Die Kante eines Würfels von Lindenholz mißt 4,2 Duodecimalzoll und das spezif. Gewicht des Lindenholzes ist 0,54. Dieser Würfel wird in ein Gefäß mit Weingeist so eingelassen, daß die eine Basis stets parallel mit der Oberfläche der Flüssigkeit bleibt. Man fragt nun: wie tief dieser Würfel einsinke, wenn das spezif. Gewicht des Weingeistes 0,81 beträgt?

Aufl. Nur 2,8 Duodecimalzoll tief.

192. Aufg. Ein prismatisches Gefäß mit quadratischer Basis ist zum Theil mit reinem Wasser gefüllt. Man legt auf die Oberfläche des Wassers einen Würfel von Holz, dessen spezif. Gewicht 0,65 beträgt. Wie tief wird dieser Würfel einsinken, und um wie viel das Wasser in dem Gefäße deßhalb steigen, wenn das Gefäß 4,8 Zoll weit und jede Würfelkante 4,2 Zoll lang ist?

Aufl. Einsinken um 2,73 Zoll.
Steigen um 2,09 „

193. Aufg. Wie tief würde in der vorhergehenden Aufgabe der Würfel einsinken und die Flüssigkeit im Gefäße steigen, wenn anstatt des Wassers nun Weingeist, dessen spezif. Gewicht 0,81 sein soll, im Gefäße wäre?

Aufl. Einsinken um 3,37 Zoll.
Steigen um 2,58 „

194. Aufg. In einen prismatischen Brunnenkasten, welcher **G** = 16 □ Fuß zur Grundfläche hat, werden **P** = 8 Ctr 86 ℔ Sandstein, dessen spezif. Gewicht **r** = $2\frac{1}{2}$ beträgt, unter reines Wasser versenkt. Wie hoch steigt letzteres in dem Kasten, wenn jeder Kubikfuß von diesem Wasser q = 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Um $\frac{P}{Gqr} = \frac{1}{2}$ Fuß.

195. Aufg. In lehmigem Grunde soll ein $5\frac{2}{5}$ Fuß tiefer und 600 Fuß langer Graben, welcher oben $4\frac{1}{2}$ und unten $1\frac{1}{2}$ Fuß weit

ist, ausgehoben werden. Wie viel beträgt der Arbeitslohn, wenn für das Ausheben jeder Kubikklafter 20 xr bezahlt werden?

Aufl. 15 fl.

196. Aufg. Ein prismatischer Grabstein, dessen spezif. Gewicht 2,3 beträgt, wiegt 18 Ctr. Wie groß ist sein körperlicher Inhalt, und wie hoch ist er, wenn die Basis $2\frac{1}{4}$ □ Fuß zum Inhalte hat?

Aufl. Kubikinhalt = $17\frac{2}{3}$ Kubikfuß.
Höhe = 7,85 Fuß.

197. Aufg. Jemand verwandelt eine Fläche Landes von $2\frac{1}{4}$ bayer. Tagwerk in einen Garten, welcher mit einer $8\frac{1}{2}$ Fuß hohen Mauer umgeben werden soll. Wie viele Backsteine werden hiezu erfordert, wenn die Gartenfläche ein Rechteck von 450 Fuß in der Länge ist, die Mauer 18 Duodecimalzoll dick werden soll und 8 Backsteine durchschnittlich auf jeden Kubikfuß der Mauer gerechnet werden?

Aufl. 131988 Backsteine.

198. Aufg. Wie viel Zeit vergeht, bis eine parallelepipedische Schleußenkammer von 56 Fuß in der Länge und 20 Fuß in der Breite bis auf 8 Fuß mit Wasser angefüllt ist, wenn die Wände der Kammer auf deren horizontalem Boden lothrecht stehen, und man in jeder Zeitsekunde nur auf einen Kubikfuß Wasser als Zufluß rechnen darf?

Aufl. 2 Stunden $29\frac{1}{3}$ Minuten.

3. Ueber den Cylinder.

Es bezeichne: **K** den Kubikinhalt des Cylinders,
S die Oberfläche,
M die Mantel= oder Seitenfläche,
G die Basis oder Grundfläche,
H die Höhe desselben und
r den Halbmesser der Basis,

so gelten hier folgende Hauptformeln:

$$K = GH = r^2\pi H$$
$$S = 2r\pi\,(r + H)$$
$$M = 2r\pi H$$
$$G = r^2\pi = \frac{K}{H}$$
$$H = \frac{K}{G} = \frac{S}{2r\pi} - r = \frac{M}{2r\pi}$$
$$r = \sqrt{\frac{K}{H\pi}} = \frac{M}{2\pi H} = -\frac{H}{2} \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{H^2 + \frac{2S}{\pi}}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes des Cylinders.

199. Aufg. Ein Cylinder hat H = 15 Fuß zur Höhe und d = $1\frac{1}{3}$ Fuß zur Dicke. Welchen körperlichen Inhalt (K) muß er haben?

Aufl. $K = \frac{1}{4}\, d^2\pi H = 20{,}944$ Kubikfuß.

200. Aufg. Aus dem Halbmesser (r = 8 Duodecimalzoll) von der Grundfläche und aus der Achse H = 1 Fuß eines senkrechten Cylinders dessen körperlichen Inhalt (K) für $\pi = 3{,}14$ zu suchen.

Aufl. $K = r^2\pi H = 2411{,}52$ Kubikzoll.

201. Aufg. Wie viel Kubikfuß Erde mußten bei einem 400 Fuß tiefen artesischen Brunnen herausgehoben werden, ohne Rücksicht auf etwa nachfallende Erdmassen, wenn die Röhre durchgängig 16 Duodecimalzoll weit ist?

Aufl. $K = \frac{1}{4}\, d^2\pi H = 558\frac{1}{2}$ Kubikfuß.

202. Aufg. Eine cylinderförmige Säule ist H = 10 Fuß hoch und ihre halbe Dicke mißt r = 1 Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Säule?

Aufl. $K = r^2\pi H = 31{,}416$ Kubikfuß.

203. Aufg. Ein Cylinder mißt sowohl in der Höhe, als auch in der Dicke d = 1 Fuß. Wie viel beträgt sein körperlicher Inhalt?

Aufl. $K = \frac{1}{4}\, d^3\pi = 0{,}785$ Kubikfuß.

204. Aufg. Ein Rechteck, welches r = 2 Fuß breit und H = 5 Fuß lang ist, wird um die feststehende längere Seite im

Kreise ganz herumgedreht. Welchen körperlichen Raum beschreibt hiebei diese Ebene?

Aufl. $K = r^2 \pi H = 62$ Kubikfuß 832 Decimalkubikzoll.

205. Aufg. Ein rechtwinkliges Viereck ist $r = 2$ Zoll lang und $H = 5$ Zoll breit. Welchen körperlichen Raum beschreibt dieses Viereck, wenn dasselbe um die als unbeweglich gedachte kürzere Seite im Halbkreise herumbewegt wird?

Aufl. $K = \frac{1}{2}$ Cyl. $= \frac{1}{2} H^2 \pi . r = 78{,}54$ Kubikzoll.

206. Aufg. Jemand vertauscht einen cylinderförmigen Baumstamm von $D = 5$ Fuß Dicke und $H = 20$ Fuß Länge gegen 5 kleinere Walzen, von denen jede $d = 1$ Fuß dick und ebenfalls 20 Fuß lang ist. Sind dem körperlichen Inhalte nach diese 5 kleineren Baumstämme jenem einzigen größern gleich?

Aufl. Kleiner um $\frac{H\pi}{4}(D^2 - 5d^2) = 314{,}16$ Kubikfuß.

207. Aufg. Eine $H = 8$ Fuß lange Walze mißt $p = 15$ Fuß 7 Zoll $\frac{4}{5}$ Linien (Decimalmaß) im Umfange. Welchen körperlichen Raum nimmt sie ein?

Aufl. $K = \frac{p^2 H}{4\pi} = 157$ Kubikfuß.

208. Aufg. Wie viele ganze Kubikmillimeter hält ein Cylinder, dessen Achsenschnitt ein Quadrat ist, welches $m = 100$ □ Millimeter zum Inhalte hat?

Aufl. $K = \frac{m\pi}{4} \sqrt{m} = 785$ Kubikmillimeter.

209. Aufg. In welche zwei Theile wird ein senkrechter Cylinder zerlegt, wenn durch die Mitte der Achse und durch den Endpunkt eines Diameters von der einen Grundfläche eine Ebene gelegt wird? Der Mantel dieses Cylinders hält $M = 251\frac{1}{5}$ □ Decimalzoll und die halbe Achse ist $H = 6$ Duodecimalzoll lang.

Aufl. In zwei gleiche Theile, von denen ein jeder $K = \frac{1}{H\pi} \cdot \left(\frac{M}{4}\right)^2 = 251{,}2$ Kubikzoll hält.

210. Aufg. Ein senkrechter Cylinder wird durch eine Ebene in zwei ungleiche Theile zerlegt. Welchen körperlichen Inhalt hat der eine Theil, wenn die schneidende Ebene zu der Achse des gegebenen

Cylinders eine Neigung von 50 Centesimalgraden hat und diese Achse in Folge des hinweggeschnittenen Stückes um h = 3 Fuß verkürzt worden ist?

Aufl. $K = h^3 \pi = 84{,}82$ Kubikfuß.

211. Aufg. Ein senkrechter Cylinder von d = 4 Fuß Dicke ist durch eine Ebene schief geschnitten worden, so daß die kürzeste Seitenlinie h = 10 und die längste H = 15 Fuß messen. Man bestimme den körperlichen Inhalt dieses verstümmelten Cylinders.

Aufl. $K = \frac{1}{8} d^2 \pi (H + h) = 157{,}08$ Kubikfuß.

212. Aufg. Eine steinerne $d = 2\frac{1}{2}$ Fuß dicke und H = 6 Fuß lange Walze bricht entzwei, so daß die Bruchfläche zwar eben ist, aber die Achse schief durchschneidet. Man bestimme den körperlichen Inhalt des größern Bruchstückes, wenn die kürzeste Seitenlinie bei dem einen Bruchstück a = 1 und bei dem andern b = 3 Fuß messen.

Aufl. $K = \frac{1}{8} d^2 \pi (H + b - a) = 19{,}635$ Kubikfuß.

213. Aufg. Ein senkrechter H = 4 Fuß langer und d = einen Fuß dicker Cylinder ist durch eine Ebene zur Achse schief geschnitten worden, so daß die letztere um $h = 1\frac{1}{3}$ und die eine Seitenlänge um a = 2 Fuß verkürzt ward. Man bestimme a) den körperlichen Inhalt (K) und b) die krumme Seitenfläche des größern Cylinderstückes (M).

Aufl. a) $K = \frac{1}{4} d^2 \pi (H - h) = 2{,}094$ Kubikfuß.
b) $M = d \pi (H - h) = 8{,}3776$ □ Fuß.

214. Aufg. Eine 10 Zoll lange und 6 Zoll dicke Walze wird durch eine zur Achse schief geneigte Ebene geschnitten, so daß die Achse in zwei Theile getheilt wird, die sich zu einander verhalten wie 2 zu 3. Wie viel beträgt der körperliche Inhalt von jedem Stücke dieses Cylinders?

Aufl. Größeres Stück = 169,6464 Kubikzoll.
Kleineres „ = 113,0976 „

215. Aufg. Ein senkrechter Cylinder wird schief zur Achse geschnitten, so daß bei dem einen Cylinderstücke die kürzere Seitenlinie a = 2 Zoll und die längere A = 5 Zoll lang ist. Wie viel beträgt der Kubikinhalt dieses Cylinderstückes, wenn der Durchmesser der Grundfläche des gegebenen Cylinders d = 3 Zoll mißt?

Aufl. K = 24,74 Kubikzoll.

216. Aufg. Von einem $2r = 16$ Zoll dicken Cylinder wird ein Stück abgeschnitten. Welchen Inhalt hat dieses, wenn die schneidende Ebene am Ende des Durchmessers der einen Grundfläche mit dieser einen Neigungswinkel von 45^0 macht?

Aufl. $K = r^3\pi = 1608{,}499$ Kubikzoll.

217. Aufg. Ein hohler senkrechter Cylinder von $D = 4$ Zoll Dicke und $H = 10$ Zoll Höhe wird unter einem schiefen Winkel zur Achse geschnitten, so daß von der Achse auf das eine Stück 3 Zoll und auf das andere 7 Zoll treffen. Welchen Kubikinhalt hat ein jedes Stück, wenn die cylinderförmige Aushöhlung durchgängig $d = 1$ Zoll weit ist?

Aufl. Größeres Stück $= (D^2 - d^2) \cdot \frac{7}{4}\pi$
$= 82{,}467$ Kubikzoll.
Kleineres Stück $= (D^2 - d^2) \cdot \frac{3}{4}\pi$
$= 35{,}343$ Kubikzoll.

218. Aufg. Eine rechtwinklige Kupferplatte, welche 15 Zoll 7 Linien lang und 10 Zoll (Decimalmaß) breit ist, stellt den Mantel oder die krumme Seitenfläche eines senkrechten Cylinders vor. Welchen Kubikinhalt muß dieser Cylinder haben, wenn dessen Basis die Länge der Platte zum Umfange hat, und die Ludolphine $\pi = 3{,}14$ beträgt?

Aufl. $K = 196\frac{1}{4}$ Kubikzoll.

219. Aufg. Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders hält $M = 84{,}4032$ □ Fuß, und die Grundfläche $G = 18{,}0864$ □ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Cylinder?

Aufl. $K = \frac{M}{2}\sqrt{\frac{G}{\pi}} = 101{,}26$ Kubikfuß.

220. Aufg. Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders hält $M = 117\frac{3}{4}$ □ Zoll und dessen Gesammtoberfläche $S = 157$ □ Zoll. Man bestimme den körperlichen Inhalt dieses Cylinders.

Aufl. $K = \frac{M}{2}\sqrt{\frac{S-M}{2\pi}} = 147{,}15$ Kubikzoll.

221. Aufg. Der Achsenschnitt eines senkrechten Cylinders hält $A = 40$ □ Fuß und die Grundfläche eben dieses Cylinders $G = 12$ □ Fuß

56 □ Zoll (Decimalmaß). Man bestimme den Kubikinhalt dieses Cylinders, wenn die Ludolphine $\pi = 3{,}14$ ist.

Aufl. $K = \frac{A}{2}\sqrt{G\pi} = 125{,}6$ Kubikfuß.

222. Aufg. Aus der Dicke ($D = 4$ Fuß) eines hohlen senkrechten Cylinders und aus der Weite ($d = \frac{3}{4}$ Fuß) der Aushöhlung den körperlichen Inhalt desselben zu suchen, wenn seine Länge $H = 24$ Fuß beträgt.

Aufl. $K = \frac{H\pi}{4}(D + d)(D - d) = 290{,}99$ Kubikfuß.

223. Aufg. Ein cylinderförmiger $H = 18$ Fuß langer Baumstamm ist excentrisch ausgebohrt worden. Wie viel Raum nimmt die Holzmasse ein, wenn der Durchmesser des Baumstammes $D = 4\frac{1}{2}$ Fuß und die Weite der cylinderförmigen Aushöhlung $d = 4\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll beträgt?

Aufl. $K = \frac{H\pi}{4}(D + d)(D - d) = 284{,}3$ Kubikfuß.

224. Aufg. Bei einem hohlen eisernen Cylinder, welcher $H = 8$ Fuß lang ist, beträgt die Weite der cylinderförmigen Aushöhlung $d = 8$ und die Eisenstärke allenthalben $m = 2\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll. Welchen körperlichen Raum nimmt das Eisen ein?

Aufl. $K = H\pi m\,(d + m) = 4{,}58$ Kubikfuß.

225. Aufg. Der Umfang eines Baumstammes beträgt im Mittel $p = 20$ Fuß 4 Zoll 2 Linien (Decimalmaß), und die Dicke der Rinde allenthalben $m = 2$ Zoll (Duodecimalmaß). Welchen Raum hat nun der Holzkörper dieses cylinderförmigen Baumstammes, wenn dessen Länge $H = 7$ Fuß mißt?

Aufl. $K = mH\,(p - m\pi) = 23{,}212$ Kubikfuß.

226. Aufg. Welchen körperlichen Raum nimmt die Mauer eines $H = 24$ Fuß hohen kreisrunden Thurmes, dessen Umfang $p = 78\frac{1}{2}$ Fuß mißt, wenn die Mauerdicke allenthalben $m = 3\frac{1}{2}$ Fuß beträgt und die Ludolphine $\pi = 3{,}14$ ist?

Aufl. $K = mH\,(p - m\pi) = 5670{,}84$ Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger anderen Flächen vom Cylinder.

227. Aufg. Welche Oberfläche (S) hat ein Cylinder, dessen Achsenschnitt ein Rechteck ist, das zur Grundlinie d = 3 Fuß und zur Höhe H = 8 Fuß hat?

Aufl. $S = d\pi\,(\frac{d}{2} + H) = 89{,}5356$ □ Fuß.

228. Aufg. Wie viel beträgt die Gesammtoberfläche (S) eines Cylinders, dessen Achsenschnitt eine reguläre Figur ist, welche $s = 5\frac{1}{4}$ □ Fuß zum Inhalte hat?

Aufl. $S = \frac{3}{2}\,s\pi = 24{,}74$ □ Fuß.

229. Aufg. Welche Oberfläche (S) hat ein H = 20 Zoll langer senkrechter Cylinder, wenn seine halbe Dicke r = 5 Zoll mißt?

Aufl. $S = 2r\pi\,(r + H) = 785{,}4$ □ Zoll.

230. Aufg. Die Achse eines senkrechten Cylinders mißt $H = 7\frac{1}{2}$ Fuß und der Umfang der Basis beträgt p = 15,708 Fuß. Man suche hieraus die Oberfläche (S) dieses Cylinders.

Aufl. $S = p\,(\frac{p}{2\pi} + H) = 157{,}08$ □ Fuß.

231. Aufg. Der körperliche Inhalt eines H = 40 Fuß langen senkrechten Cylinders beträgt K = 2010,624 Kubikfuß. Man bestimme hiernach dessen Oberfläche (S).

Aufl. $S = \frac{2K}{H} + 2\sqrt{KH\pi} = 1105{,}84$ □ Fuß.

232. Aufg. Der Halbmesser von der Grundfläche eines senkrechten Cylinders mißt r = 6 Fuß, und der körperliche Inhalt desselben beträgt K = 2261,952 Kubikfuß. Man berechne hieraus die Oberfläche (S) dieses Cylinders.

Aufl. $S = 2r^2\pi + \frac{2K}{r} = 980{,}179$ □ Fuß.

233. Aufg. Ein cylinderförmiges Gefäß ohne Deckel faßt K = 30 Maß (à 43 Decimalkubikzoll), und ist im Lichten d = 1 Fuß weit. Dasselbe soll inwendig verzinnt werden; wie viel beträgt nun die zu verzinnende Fläche (S_1)?

Aufl. $S_1 = r^2\pi + \frac{2K}{r} = 5{,}945$ □ Fuß.

234. Aufg. Welchen Flächenraum hat die Basis eines H = 8 Fuß langen senkrechten Cylinders, dessen körperlicher Inhalt K = 39 $\frac{1}{4}$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 4$ □ Fuß $90\frac{5}{8}$ □ Zoll (Decimalmaß).

235. Aufg. Ein H = 15 Fuß 5 Duodecimalzoll langer Cylinder, welcher K = 123 $\frac{1}{3}$ Kubikfuß zum Inhalte hat, wird in der Mitte parallel zur Basis entzweigesägt; wie groß ist die Durchschnittsfläche?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 8$ □ Fuß.

236. Aufg. Ein hohler Cylinder ist H = 21 Zoll 2 Linien nach dem zehntheiligen Maße lang und hat K = 159 Kubikzoll zum Inhalte. Wie groß ist dessen ringförmige Grundfläche, wenn die Aushöhlung concentrisch-cylinderförmig ist?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 7\frac{1}{2}$ Decimal- □ Zoll.

237. Aufg. Eine Walze ist H = 42 Duodecimalzoll lang und hat K = 875 Decimalkubikzoll zum Inhalte. Wie groß ist eine zur Basis parallele Durchschnittsfläche (im Decimalmaße ausgedrückt)?

Aufl. $G = \frac{K}{H} = 25$ Decimal- □ Zoll.

238. Aufg. Welche Grundfläche hat ein Cylinder, der K = 392,7 Kubikfuß zum Inhalte hat, wenn er halb so hoch als dick ist?

Aufl. $G = \sqrt[3]{K^2\pi} = 78{,}54$ □ Fuß.

239. Aufg. Welche Grundfläche hat ein Cylinder, der K = 2650 Kubikfuß 725 Decimalkubikzoll zum Inhalte hat, wenn dessen Achsenschnitt ein Quadrat ist?

Aufl. $G = \sqrt[3]{\frac{K^2\pi}{4}} = 176{,}71$ □ Fuß.

240. Aufg. Wie viele Quadratfuß Rinde hat ein Eichenstamm, welcher durchschnittlich D = 4 $\frac{1}{2}$ Fuß dick und H = 50 Fuß hoch ist?

Aufl. $M = D\pi H = 706{,}86$ □ Fuß.

241. Aufg. Von einem Rechtecke mißt die eine Seite $H = 5$ Fuß und die andere $r = 3$ Fuß. Welche Fläche beschreibt die größere der gegebenen Rechtecksseiten, wenn die ihr gegenüber liegende Seite feststeht, und das Rechteck eine volle Umdrehung macht, bis es nämlich in seine anfängliche Lage zurückkommt?

Aufl. $M = 2r\pi H = 94\frac{1}{4}$ □ Fuß.

242. Aufg. Wie viele Lichter braucht derjenige, welcher eine cylinderförmige Säule von $D = 3$ Fuß Dicke und $H = 21$ Fuß 2 Zoll 2 Linien (Decimalmaß) Höhe so besetzen will, daß auf je einen Quadratfuß ein Licht gerechnet wird?

Aufl. 200 Lichter.

243. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Kugel beträgt $K = 523\frac{3}{5}$ Duodecimalkubikzoll. Welche Fläche beschreibt die Peripherie des horizontalen größten Kugelkreises, während diese Kugel, d. i. deren Mittelpunkt, lothrecht $H = 10$ Fuß tief sich senkt?

Aufl. $M = H\sqrt[3]{6K\pi^2} = 26{,}18$ □ Fuß.

244. Aufg. Die krumme Seitenfläche eines senkrechten Cylinders, welcher $H = 30$ Decimalzoll lang und $D = 6$ Decimalzoll dick ist, soll vergoldet werden. Wie viel beträgt die Auslage dafür, wenn das Vergolden eines jeden Duodecimal-Quadratzolles auf 3 xr zu stehen kommt?

Aufl. $M = 814{,}303$ Duodecimal-Quadratzoll;
Auslage $= 40$ fl 43 xr beinahe.

245. Aufg. Wie viel beträgt die Mantelfläche jenes Cylinders, der um eine Kugel beschrieben ist, und dessen körperlicher Inhalt $K = 98{,}175$ Kubikfuß gleich ist?

Aufl. $M = 2\sqrt[3]{2K^2\pi} = 78{,}54$ □ Fuß.

246. Aufg. Wie viel beträgt die krumme Seitenfläche jenes Cylinders, welcher um eine Kugel, die $K = 19{,}393$ Kubikzoll zum Inhalte hat, beschrieben ist?

Aufl. $M = \sqrt[3]{36K^2\pi} = 34{,}9071$ □ Zoll.

247. Aufg. Wie viel beträgt die Mantelfläche (M) eines Cylinders, dessen Achsenschnitt ein reguläres Viereck von p = 18 Fuß im Umfange ist?

Aufl. $M = \left(\frac{p}{4}\right)^2 \pi = 63,6174 \,\square$ Fuß.

248. Aufg. Wie viel von einem bayer. Tagwerke (à 40000 □ Fuß) würde die Außen- oder Mantelfläche eines cylinderförmigen Thurmes bedecken, wenn der Thurm D = 40 Fuß weit und H = $63\frac{2}{3}$ Fuß hoch ist?

Aufl. $M = D\pi H = \frac{1}{5}$ bayer. Tagw. nahezu.

c. Berechnung der Höhe und der Dicke eines Cylinders.

249. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte K = 23 Kubikmeter eines Cylinders und aus dessen Grundfläche G = $14\frac{3}{8}$ □ Meter die Höhe H dieses Cylinders zu bestimmen.

Aufl. $H = \frac{K}{G} = 1\frac{3}{5}$ Meter.

250. Aufg. Ein Cylinder ist D = 16 Zoll dick und hat K = 3015,936 Kubikzoll zum Inhalte; welche Höhe (H) hat er?

Aufl. $H = \frac{4K}{D^2\pi} = 15$ Zoll.

251. Aufg. Ein cylinderförmiges Gefäß, welches im Lichten D = 2 Fuß weit ist, hat man bis über die Hälfte mit Wasser gefüllt. Um wie viel muß dieses in dem Gefäße steigen, wenn ein steinerner Würfel von K = 1 Kubikfuß 47 Kubikzoll und 200 Kubiklinien Inhalt ganz unter das Wasser versenkt wird?

Aufl. $H = \frac{4K}{D^2\pi} = \frac{1}{3}$ Fuß.

252. Aufg. Ein cylinderförmiges Gefäß ist im Lichten D = 2 Fuß weit und mit Wasser gefüllt, dessen Tiefe $\frac{1}{2}$ Fuß beträgt. Um wie viel steigt das Wasser in dem Gefäße, wenn ein eiserner Cylinder von K = $314\frac{4}{25}$ Kubikzoll (Decimalmaß) hineinfällt?

Aufl. $H = \frac{4K}{D^2\pi} = 1$ Decimalzoll.

253. Aufg. Ein cylinderförmiger Becher ist D = 5 Decimalzoll weit im Lichten und mit Weingeist gefüllt. Um wie viel wird dieser steigen, wenn eine Elfenbeinkugel, deren körperlicher Inhalt 47,713 Decimalkubikzoll beträgt, darein versenkt wird?

Aufl. $H = \frac{4K}{D^2 \pi} = 2{,}43$ Decimalzoll.

254. Aufg. Ein bayer. Metzen hält $34\frac{2}{3}$ bayer. Maß, jede zu 43 Decimalkubikzoll gerechnet. Welche Weite im Lichten und welche Höhe hat dieses Gefäß, wenn es die Form eines Cylinders hat, dessen Achsenschnitt ein Quadrat ist?

Aufl. $H = D = 12{,}38$ Decimalzoll.

255. Aufg. Eine $D = 1\frac{2}{3}$ Fuß dicke Walze ist durch eine Ebene schief zur Achse geschnitten worden. Welche Länge hat die Achse, wenn der körperliche Inhalt dieses verstümmelten Cylinders $K = 34{,}91$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. $H = \frac{4K}{D^2 \pi} = 16$ Fuß.

256. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte ($K = 15\frac{7}{10}$ Kubikfuß) eines hohlen senkrechten Cylinders von Holz, dessen Länge (H) zu finden, wenn die Holzdicke $m = 4$ Duodecimalzoll beträgt, d. i. halb so groß als der Durchmesser der Aushöhlung ist.

Aufl. $H = \frac{K}{3m^2 \pi} = 15$ Fuß.

257. Aufg. Ein Cylinder, dessen Höhe seiner Dicke gleich ist, hält $K = 98\frac{1}{5}$ Kubikfuß. Welche Dimensionen hat er?

Aufl. $D = H = \sqrt[3]{\frac{4K}{\pi}} = 5$ Fuß.

258. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Cylinders, dessen Höhe der halben Dicke gleichkommt, beträgt $K = 116\frac{1}{3}$ Kubikzoll. Welche Dimensionen hat er?

Aufl. $H = \frac{1}{2}D = \sqrt[3]{\frac{K}{\pi}} = 3\frac{1}{3}$ Zoll.

259. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Cylinders, dessen Höhe dem Umfange der Basis gleich ist, beträgt $K = 19739\frac{1}{5}$ Kubikfuß. Welche Dimensionen hat er?

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{4K}{\pi^2}} = 10$ Fuß;

$H = \sqrt[3]{4K\pi} = 62\frac{4}{5}$ Fuß.

260. Aufg. Wie weit ist ein $H = 20$ Fuß tiefer cylinderförmiger Brunnen, aus welchem beim Ausgraben $K = 698$ Kubikfuß Erde gehoben worden sind?

Aufl. $D = \sqrt{\frac{4K}{H\pi}} = 6\frac{2}{3}$ Fuß nahezu.

261. Aufg. Jemand wünscht fünf cylinderförmige Baumstämme, von welchen jeder $d = 1$ Fuß dick und $H = 20$ Fuß lang ist, gegen einen einzigen gleich langen Baumstamm zu vertauschen. Wie dick muß letzterer sein, wenn nur auf die gleiche Holzmasse Rücksicht genommen wird?

Aufl. $D = d\sqrt{5} = 2{,}236$ Fuß.

262. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Cylinders, dessen Höhe dem Umfange der Basis gleich ist, beträgt $K = 157$ Kubikfuß und 914 Decimalkubikzoll. Man bestimme hieraus die halbe Dicke (r) dieses Cylinders.

Aufl. $r = \sqrt[3]{\frac{K}{2\pi^2}} = 2$ Fuß.

263. Aufg. Ein senkrechter Cylinder ist durch eine zur Achse schief gelegte Ebene so geschnitten worden, daß die Achse des einen Cylinderstückes der Dicke des Cylinders gleichkommt. Man suche letztere (D), wenn man weiß, daß die krumme Seitenfläche (M) dieses Cylinderstückes $78\frac{1}{2}$ □ Fuß hält.

Aufl. $D = \sqrt{\frac{M}{\pi}} = 5$ Fuß nahezu.

264. Aufg. Wie weit (D) muß ein cylinderförmiger Becher, welcher $K = 3$ bayer. Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll) Flüssig-

keit fassen soll, werden, wenn er m = $2\frac{1}{2}$mal so hoch als weit sein soll?

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{4K}{m\pi}}$ = 4,036 Decimalzoll.

d. Gewichtsberechnungen bei Cylindern.

(Vergleiche A.)

265. Aufg. Wie schwer ist eine H = 12 Fuß lange Stange von Eisen, welche durchgängig D = 4 Duodecimalzoll dick ist, wenn der Kubikfuß von diesem Eisen q = 320 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = $\frac{1}{4}D^2\pi H \cdot q$ = 335,1 ℔.

266. Aufg. Welche Schwere hat eine Marmorsäule, welche H = 10 Fuß lang und durchgängig D = 3 Fuß dick ist, wenn das spezif. Gewicht des Marmors R = 2,6 ist und ein Kubikfuß reines Wasser q = 44,3 ℔ wiegt, wobei die Ludolphine π = 3,14 sei.

Aufl. Gewicht = $\frac{1}{4}D^2\pi H R q$ = 8137,467 ℔.

267. Aufg. Wie schwer ist eine eiserne 12 Fuß lange und allenthalben 3 Duodecimalzoll dicke Stange, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 ist, ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt und die Ludolphine π = 3,14 beträgt?

Aufl. Gewicht = 187,79 ℔.

268. Aufg. Wie schwer ist eine Säule von Marmor, welche 16 Fuß hoch und durchgängig $2\frac{1}{4}$ Fuß dick ist, wenn das spezif. Gewicht des Marmors 2,5 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 7045,6 ℔.

269. Aufg. Ein silberner Becher, von der Form eines Cylinders, wiegt 18 *Lth.* Wie schwer wird er dann sein, wenn er mit Wein, dessen spezif. Gewicht 0,99 beträgt, gefüllt ist, da seine Höhe der doppelten Weite, die 3 Zoll (Decimalmaß) mißt, gleichkommt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 77,52 *Lth.*

270. Aufg. Wie viele bayer. ℔ wiegt ein hohler eiserner Cylinder, welcher 2 Meter lang ist, 10,47 Decimeter im Umfange hat und im Lichten $1\frac{1}{8}$ Decimeter weit ist, wenn das spezifische

Gewicht des Eisens 7,2 ist, und ein Kubikdecimeter reines Wasser $1\frac{1}{14}$ bayer. ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 1884,96 ℔.

271. Aufg. Durch eine allenthalben 2 Fuß dicke und 6 Fuß lange steinerne Walze ist eine cylindrische 2 Duodecimalzoll dicke eiserne Achse luftdicht der Länge nach gesteckt, so daß sie an jedem Ende um $\frac{1}{2}$ Fuß über die Grundflächen der Walze vorsteht. Wie schwer ist nun das Ganze, wenn das spezif. Gewicht des Steins 2, das des Eisens 7,3 beträgt, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 1707,9 ℔.

272. Aufg. Wie viele Fuhren Erde, jede zu 10 Ctr gerechnet, ergeben sich beim Ausgraben eines 6 Fuß weiten und 30 Fuß tiefen Brunnens, wenn die ausgehobene Erde die Zahl 1,8 zum spezif. Gewichte hat, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. 67,638 Fuhren.

273. Aufg. Wie schwer ist eine 800 Fuß lange bleierne cylinderförmige Röhre, deren Durchmesser im Lichten einen Duodecimalzoll mißt, wenn die Bleistärke 3 Duodecimallinien beträgt, ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt, und das Blei 11,3 mal so schwer als das reine Wasser ist?

Aufl. Gewicht = 2730,3 ℔.

274. Aufg. Zu einer Wasserleitung ist eine bleierne Röhre von 1600 Fuß in der Länge erforderlich. Wie viel kostet diese Röhre, wenn allenthalben ihre ganze Dicke 2 Zoll und die Bleistärke 3 Linien (Duodecimalmaß) beträgt, ein Kubikfuß Blei 5 Ctr wiegt und ein jedes Pfund Blei mit $10\frac{1}{2}$ kr bezahlt werden muß?

Aufl. 1336 fl 16 kr 1 ₰.

275. Aufg. Ein hohler Cylinder von 3 Fuß Weite im Lichten und von hinreichender Höhe ist mit Wasser gefüllt, von welchem jeder Kubikfuß 44,4 ℔ wiegt. Ein Mann steigt in dieß Gefäß und taucht in dem Wasser, das sich darin befindet, ganz unter, worauf dasselbe um 5,4 Duodecimalzoll stieg. Welches Gewicht hat nun dieser Mann?

Aufl. 141,23 ℔.

276. Aufg. Welches Gewicht hat ein bleiernes Uhrgewicht, das die Form eines senkrechten Cylinders hat, dessen Achse der Peripherie der Basis gleich ist, wenn die Mantelfläche dieses Cylinders 88 □ Zoll 83 □ Linien (Decimalmaß) hält, das spezif. Gewicht des Bleies 11,352 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. $33\frac{1}{2}$ ℔ nahezu.

e. Gemischte Aufgaben.

277. Aufg. Ein Bauer entlehnt von einem andern einen Sack voll Weizen. Dieser Sack war cylinderförmig, $4\frac{1}{2}$ Fuß hoch und im Lichten 3 Fuß weit. Der Schuldner gibt den erhaltenen Weizen in drei gleichen Säcken zurück, von welchen ein jeder ebenfalls $4\frac{1}{2}$ Fuß hoch und im Lichten einen Fuß weit ist. Kann der Darleiher mit dieser Zurückgabe zufrieden sein?

Aufl. Nein; denn er empfängt nur den dritten Theil des dargeliehenen Weizens zurück.

278. Aufg. Wie viele bayer. Eimer Wasser enthält ein Brunnen, welcher cylinderförmig und 6 Fuß weit ist, wenn das Wasser $8\frac{1}{2}$ Fuß tief ist, und eine bayer. Maß 43 Decimalkubikzoll hält?

Aufl. 93,1 Eimer.

279. Aufg. Die cylinderförmige Aufsteigröhre eines Druckwerkes ist 172 Fuß lang und 5 Duodecimalzoll im Lichten weit. Wie viele bayer. Maß, à 43 Decimalkubikzoll, faßt sie?

Aufl. $545\frac{5}{16}$ bayer. Maß nahezu.

280. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Cylinder, der in eine Kugel von $D = 26$ Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist, wenn sein Diameter $d = 10$ Zoll mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{4} d^2 \pi \sqrt{(D + d)(D - d)} = 1885$ Kubikzoll beinahe.

281. Aufg. Ein senkrechter $H = 4$ Fuß langer und einen $= d$ Fuß dicker Cylinder ist durch eine Ebene schief zur Achse geschnitten worden. Auf das kleinere Stück dieses Cylinders treffen von der Achse $h = 1\frac{1}{3}$ Fuß. Man bestimme a) den körperlichen Inhalt und

b) die krumme Seitenfläche des größern Bruchstückes, wenn durch den gemachten Schnitt die eine Seitenlinie halbirt worden ist.

Aufl. a) $K = \frac{1}{4} d^2 \pi (H - h) = 2{,}094$ Kubikfuß;
b) $M = d\pi (H - h) = 8{,}3776$ □ Fuß.

282. Aufg. In welcher Zeit wird ein cylinderförmiges Gefäß, das $p = 7$ Fuß 8 Zoll 5 Linien (Decimalmaß) im Umfange hat, durch eine Brunnenröhre, welche in jeder Sekunde $m = 10$ Kubikzoll Wasser liefert, gefüllt werden, wenn das Gefäß $H = 2$ Fuß 8 Decimalzoll hoch ist?

Aufl. In $\frac{p^2 H}{4 m \pi} = 22$ Minuten $53\frac{3}{4}$ Sekunden.

283. Aufg. Ein Rechteck, dessen Seiten $b = 4$ und $a = 3$ Fuß messen, bewegt sich um die unbeweglich gedachte kleinere Seite, im Kreise herum, bis es seine anfängliche Lage wieder erlangt. Welchen Raum beschreibt hiebei a) das Rechteck selbst, b) die längere Seite, c) die bewegliche kleinere Seite und d) ein jeder Endpunkt der letztern Linie?

Aufl. a) Cylinder $= b^2 \pi a = 150{,}8$ Kubikfuß;
b) Kreisfläche $= b^2 \pi = 50{,}26$ □ Fuß;
c) Mantelfläche $= 2ab\pi = 75{,}4$ □ Fuß;
d) Peripherie $= 2b\pi = 25{,}13$ Fuß.

284. Aufg. Ein gegebenes Rechteck, dessen Umfang $p = 18$ Fuß mißt, und dessen Seiten sich zu einander verhalten wie 1 zu 2, dreht sich um seine als unbeweglich gedachte längere Seite. Welchen körperlichen Raum hat diese Fläche hiebei durchlaufen, wenn sie am Ende ihrer Bewegung mit ihrer anfänglichen Lage einen Winkel von $n = 20$ Sexagesimalgraden macht?

Aufl. $K = \frac{n}{360} \cdot \frac{p^3 \pi}{108} = 9{,}42$ Kubikfuß.

285. Aufg. Welches Gewicht haben 10 kleine cylinderförmige Schleifsteine, wenn der auf die Achse senkrechte Schnitt ein Kreis von $d = 5$ Zoll im Durchmesser ist, und in dessen Mitte eine quadratische Oeffnung von $p = 8$ Zoll im Umfange sich befindet? Die Dicke eines jeden Steines mißt $H = 3\frac{1}{8}$ Zoll (Decimalmaß überall), das spezif.

Gewicht des Steines beträgt 2,4 und der Kubikfuß reines Wasser wiegt 44,3 ℔.

Aufl. Gewicht = 55⅖ ℔ nahezu.

286. Aufg. Eine Walze aus Eichenholz soll 44 Ctr 67⅕ ℔ schwer und dabei 2⅖ Fuß dick sein; wie lang wird sie sein, wenn jeder Kubikfuß des Holzes 50 ℔ wiegt?

Aufl. Länge = 16 Fuß.

287. Aufg. Eine 8 Fuß lange Walze aus Stein wird zum Ebnen eines lockern Wiesengrundes gebraucht. Wie lang ist diese Wiese, wenn die am Wiesenrande fortbewegte Walze genau 75 Umdrehungen macht? — Das spezif. Gewicht des Steines sey 2½ und der Kubikfuß reinen Wassers wiege 70 ℔; auch sei die Ludolphine $\pi = 3{,}14$; endlich betrage die Schwere der Walze 4396 ℔.

Aufl. Wiesenlänge = 471 Fuß.

288. Aufg. In ein cylinderförmiges Gefäß, welches d = 6 Decimalzoll im Lichten weit ist, wird eine = m bayer. Maß (à 43 Decimalkubikzoll) Wasser gegossen, und darnach ein alabasterner Würfel, dessen Kante a = 4 Decimalzoll mißt, mit einer seiner Seitenflächen auf den Boden des Gefäßes gelegt, durch welche Einsenkung das im Gefäße befindliche Wasser nothwendig steigt. Wie hoch stand nun im Gefäße das Wasser a) vor und b) nach der Einsenkung des Würfels?

Aufl. a) $H_1 = \frac{4m}{d^2\pi} = 1{,}5$ Decimalzoll;

b) $H_2 = \frac{4(m + a^3)}{d^2\pi} = 3{,}8$ Decimalzoll.

289. Aufg. In einem mit Wasser gefüllten cylinderförmigen Gefäße von G = 25 □ Zoll (Decimalmaß) Bodenfläche im Lichten liegt eine p = 19,935 ℔ schwere eiserne Kugel. Wie tief sinkt das Niveau des Wassers, wenn diese Kugel herausgenommen wird, indem das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 ist und ein Kubikfuß Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Um $H = \frac{p}{G \times 7{,}2 \times 44{,}3} = 2\frac{1}{2}$ Decimalzoll.

290. Aufg. Ein cylinderförmiger Baumstamm soll (concentrisch) ausgebohrt werden, so daß der ausgehöhlte Stamm nur mehr halb

so schwer ist, als der unausgehöhlte. Wie weit muß die Bohrung sein, da der Durchmesser des unausgehöhlten Stammes D = 14 Duodecimalzoll mißt?

Aufl. $d = \frac{1}{2} D \sqrt{2} = 9$ Zoll $10\frac{3}{4}$ Linien nahezu.

291. Aufg. Ein cylinderförmiger Baumstamm soll (concentrisch) ausgebohrt werden, so daß der körperliche Raum des gegebenen Stammes sich zu dem der Aushöhlung verhält wie 7 zu 4 (m zu n). Wie weit muß die Bohrung sein, wenn der Durchmesser des unausgehöhlten Stammes D = 4 Fuß mißt?

Aufl. $d = D \sqrt{\frac{n}{m}} = 3{,}02$ Fuß.

4. Aufgaben über die Pyramide.

α. Ueber die vollständige Pyramide.

Es bezeichne: K den körperlichen Inhalt,
S die Oberfläche,
G die Grundfläche,
M die Mantelfläche und
H die Höhe einer Pyramide,

so gelten als Hauptformeln:

$$K = \tfrac{1}{3} GH$$

$$G = \frac{3K}{H} = S - M$$

$$S = G + M = \frac{3K}{H} + M$$

$$M = S - G$$

$$H = \frac{3K}{G}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes einer Pyramide.

292. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Prisma beträgt K = 111 Kubikfuß; wie viel beträgt sodann der körperliche Inhalt jener Pyramide, welche dieselbe Grundfläche und Höhe, wie das gegebene Prisma, hat?

Aufl. Pyr. = $\frac{1}{3}$ Prisma = 37 Kubikfuß.

293. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat jene Pyramide, deren Grundfläche $G = 60$ Decimal-□ Zoll und deren Höhe $H = 2$ Fuß messen?

Aufl. $K = \frac{GH}{3} = 400$ Kubikzoll (Decim.).

294. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Dreieck und jede Seitenkante ist $l = 3$ Fuß lang und zugleich jeder Grundkante gleich. Man bestimme den körperlichen Inhalt dieser Pyramide.

Aufl. $K = \frac{1}{12} l^3 \sqrt{2} = 3{,}1819$ Kubikfuß.

295. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Viereck, dessen Umfang $4l = 8$ Fuß mißt. Wie groß ist der körperliche Inhalt dieser Pyramide, wenn überdieß jede Seitenkante jeder Grundkante gleich ist?

Aufl. $K = \frac{1}{6} l^3 \sqrt{2} = 1{,}8856$ Kubikfuß.

296. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Fünfeck; jede Seitenkante mißt $l = 6$ Zoll und ist jeder Grundkante gleich. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide?

Aufl. $K = 0{,}3015\ l^3 = 65{,}1356$ Kubikzoll.

297. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat eine Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, wenn jede Seitenkante $l = 8$ Zoll mißt und doppelt so lang ist, als jede Grundkante?

Aufl. $K = \frac{3}{16} l^3 = 96$ Kubikzoll.

298. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat eine Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Achteck ist, wenn jede Seitenkante $l = 9$ Fuß mißt und dreimal so lang ist, als jede Grundkante?

Aufl. $K = 0{,}16095\ l^3 = 117{,}33$ Kubikfuß.

299. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Zehneck; jede Grundkante mißt $l = 1$ Fuß und ist viermal kleiner als jede Seitenkante. Welchen Kubikinhalt hat diese Pyramide?

Aufl. $K = 9{,}38155\ l^3 = 9{,}38$ Kubikfuß.

300. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Zwölfeck; jede Grundkante mißt $l = 1$ Fuß und ist fünfmal kürzer als jede Seitenkante. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide?

Aufl. $K = 17{,}21086\ l^3 = 17{,}21$ Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger andern Flächen von der Pyramide.

301. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) einer Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist, wenn jede Grundkante $l = 5$ Zoll mißt und zugleich jeder Seitenkante gleich ist?

Aufl. $S = 2{,}732\ l^2 = 68{,}3$ □ Zoll.

302. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche einer Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Fünfeck ist, wenn jede Kante dieser Pyramide $l = 4$ Fuß lang ist?

Aufl. $S = 3{,}8855\ l^2 = 62{,}168$ □ Fuß.

303. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche einer Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Sechseck ist, wenn jede Grundkante $l = 6$ Zoll mißt und nur halb so lang als jede Seitenkante ist?

Aufl. $S = 8{,}407\ l^2 = 302{,}65$ □ Zoll.

304. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche einer Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Achteck ist, wenn jede Grundkante $l = 5$ Fuß und jede Seitenkante $3\,l = 15$ Fuß lang ist?

Aufl. $S = 16{,}66056\ l^2 = 416{,}51$ □ Fuß.

305. Aufg. Eine Pyramide hat $K = 876$ Kubikfuß zum Inhalte. Wie groß ist deren Basis, wenn die Höhe der Pyramide $H = 2$ Klafter mißt?

Aufl. $G = \frac{3K}{H} = 219$ □ Fuß.

306. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Pyramide, deren Höhe $H = 6$ Fuß mißt, beträgt $K = 6$ Kubikfuß. Man bestimme die Basis einer andern Pyramide, welche zwar dieselbe Höhe, aber einen doppelt so großen körperlichen Inhalt, als die gegebene Pyramide, hat.

Aufl. $G = \frac{6K}{H} = 6$ □ Fuß.

307. Aufg. Eine Pyramide, welche $g = 36$ □ Fuß zur Grundfläche und $h = 72$ Fuß zur Höhe hat, soll durch Vergrößerung ihrer Seitenflächen und Seitenkanten über die gegebene Basis hinaus erweitert werden, so daß ihr körperlicher Inhalt sodann $K = 2048$ Kubik-

fuß beträgt. Welche Grundfläche und welche Höhe wird die so vergrößerte Pyramide haben?

Aufl. Grundfläche $= \sqrt[3]{\frac{9\,g\,K^2}{h^2}} = 64$ □ Fuß;

Höhe $= \sqrt[3]{\frac{3\,h^2\,K}{g}} = 96$ Fuß.

308. Aufg. Eine senkrechte Pyramide von $H = 9$ Duodecimalzoll Höhe hat zur Grundfläche ein reguläres Sechseck, dessen Umfang $p = 40$ Duodecimalzoll mißt. Es soll die Mantelfläche dieser Pyramide vergoldet werden. Wie viel beträgt die Auslage hiefür, wenn jeder Quadratzoll der Vergoldung 3 xr kostet?

Aufl. Auslage $= \frac{p}{2}\sqrt{H^2 + \frac{p^2}{48}} = 213{,}853$ Gr. $= 10{,}6926$ fl.

309. Aufg. Die Höhe (H) einer Pyramide wird durch eine zur Basis parallele Ebene in zwei ungleiche Theile, von welchen der an der Spitze anliegende $h = 3$ Fuß und der andere Theil 12 Fuß messen, zerlegt. Wie groß ist diese Durchschnittsfläche g, wenn die Basis der gegebenen Pyramide $G = 60$ □ Fuß hält?

Aufl. Schnittfläche $= \frac{G\,h^2}{H^2} = 2\frac{2}{5}$ □ Fuß.

310. Aufg. Eine Pyramide wird durch eine zur Grundfläche (G) parallele Ebene in zwei ungleiche Stücke zerlegt, und es mißt die Höhe der so entstandenen abgekürzten Pyramide 2 Fuß und die Höhe der zugehörigen Ergänzungspyramide $h = 4$ Fuß. Wie viele Quadratfuß hält nun die Grundfläche (G) der gegebenen Pyramide, wenn die Durchschnittsfläche $g = 20$ □ Fuß hält?

Aufl. $G = \frac{g\,H^2}{h^2} = 45$ □ Fuß.

311. Aufg. Durch eine zur Grundfläche (G) parallele Ebene wird die Höhe einer Pyramide halbirt. Den wie vielten Theil von der gegebenen Grundfläche muß sodann die Durchschnittsfigur (G) betragen?

Aufl. $g = \frac{1}{4}G$.

c. Berechnung der Höhe und einiger andern Linien von der Pyramide.

312. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte K = 1036,18 Kubikmeter einer Pyramide und aus deren Grundfläche G = 206 □ Meter die Höhe (H) der Pyramide zu berechnen.

Aufl. $H = \frac{3K}{G} = 15{,}09$ Meter.

313. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Pyramide beträgt K = 1092 Kubikfuß und deren Grundfläche G = 28 □ Fuß. Wie viel mißt die Höhe (H) jenes Prisma, welches dieselbe Grundfläche und auch dieselbe Höhe, wie die gegebene Pyramide, hat?

Aufl. $H = \frac{3K}{G} = 117$ Fuß.

314. Aufg. Man verwandle einen Würfel, dessen körperlicher Inhalt K = 64 Kubikfuß beträgt, in eine Pyramide mit Beibehaltung der Würfelbasis als deren Grundfläche. Welche Höhe muß die Pyramide erhalten?

Aufl. $H = 3\sqrt[3]{K} = 12$ Fuß.

315. Aufg. Eine Pyramide, welche H = 12 Fuß zur Höhe hat, wird durch eine zur Grundfläche parallele Ebene geschnitten, so daß sich die Schnittfläche zur Grundfläche wie 1 zu 9 verhält. In welche zwei Theile wird dadurch die Höhe der gegebenen Pyramide zerlegt?

Aufl. Der kleinere Theil mißt 4 und der größere 8 Fuß.

316. Aufg. Eine senkrechte Pyramide von H = 10 Fuß Höhe soll durch eine zur Basis parallele Ebene in zwei gleiche Theile getheilt werden. In welche zwei Stücke wird hiedurch die Höhe der gegebenen Pyramide zerlegt?

Aufl. Das größere Stück $= \frac{H}{2} \cdot \sqrt[3]{4} = 7{,}937$,

Das kleinere " $= \frac{H}{2}(2 - \sqrt[3]{4}) = 2{,}063$ Fuß.

317. Aufg. Eine Pyramide ist durch eine zur Grundfläche parallele Ebene halbirt worden. In welchem Verhältnisse steht

a) die Höhe (H) der gegebenen Pyramide zur Höhe (h) der erhaltenen Ergänzungspyramide; und in welchem Verhältnisse stehen die Höhen der beiden Hälften dieser Pyramide zu einander?

Aufl. a) $H : h = \sqrt[3]{2} : 1 = 1{,}2599 : 1.$

b) $h : H - h = 1 : \sqrt[3]{2} - 1 = 1 : 0{,}2599.$

318. Aufg. Eine Pyramide ist durch zwei zur Grundfläche (G) parallele ebene Schnitte in drei gleiche Theile zerlegt worden. In welche drei Stücke wurde hiedurch die Höhe ($H = 15$ Fuß) der gegebenen Pyramide getheilt?

Aufl. $h_1 = \frac{1}{3} H \sqrt[3]{9} = 10{,}400$ Fuß,

$h_2 - h_1 = \frac{1}{3} H \sqrt[3]{9} \times (\sqrt[3]{2} - 1) = 2{,}7035$ Fuß,

$H - h_2 = \frac{1}{3} H (3 - \sqrt[3]{18}) = 1{,}8965$ Fuß.

319. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte $K = 4\frac{1}{12}$ Kubikfuß einer Pyramide den Umfang (p) der Grundfläche zu bestimmen, wenn dieselbe ein reguläres Viereck ist, und die Höhe der Pyramide $H = 4$ Fuß mißt.

Aufl. Umfang $= \sqrt{\frac{48\,K}{H}} = 7$ Fuß.

320. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist, beträgt eine Kubikklafter. Welche Länge hat eine Grundkante, wenn die Höhe der Pyramide nur 2 Fuß mißt?

Aufl. Kante = 18 Fuß.

321. Aufg. Eine Pyramide, deren körperlicher Inhalt $K = 942{,}8$ Kubikfuß beträgt, hat zur Grundfläche ein reguläres Dreieck; überdieß sind sämmtliche Kanten dieses Körpers unter sich gleich. Wie lang ist nun eine solche Kante?

Aufl. Kante $= \sqrt[3]{6\,K \sqrt{2}} = 20$ Fuß.

322. Aufg. Eine Pyramide, deren körperlicher Inhalt K = 50,9112 Kubikfuß beträgt, hat zur Basis ein Quadrat; auch ist jede Seitenkante einer jeden Grundkante gleich. Wie lang ist nun eine solche Kante?

Aufl. Kante $= \sqrt[3]{3K\sqrt{2}} = 6$ Fuß.

323. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Pyramide, deren Basis ein reguläres Sechseck ist, beträgt K = 216½ Decimalkubikzoll. Wie lang ist eine jede Grundkante, wenn die Höhe der Pyramide H = 1 Fuß mißt?

Aufl. Kante $= \sqrt{\frac{2K}{H\sqrt{3}}} = 5$ Decimalzoll.

d. Gewichts-Berechnungen bei Pyramiden.

(Vergleiche A.)

324. Aufg. Ein Prisma von Blei wiegt 20 ℔ 5 Lth. Wie schwer würde eine Pyramide sein, deren Grundfläche und Höhe eben so groß sind, als bei dem gegebenen Prisma?

Aufl. Gewicht = 6 ℔ 23 Lth.

325. Aufg. Wie schwer ist ein Krystall, welches eine Doppelpyramide vorstellt, wenn die den beiden Pyramiden gemeinschaftliche Basis ein Quadrat von 18 Duodecimallinien im Umfange ist. Die gerade Linie, welche die Spitzen der beiden Pyramiden verbindet, geht durch die Mitte der Grundfläche, steht auf dieser senkrecht und ist 10 Duodecimallinien lang. Ferner ist das spezif. Gewicht des Krystalls 7 und das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser wird zu 70 ℔ gerechnet.

Aufl. Gewicht = 0,3545 Lth.

326. Aufg. Ein Monument aus Granitstein hat die Form einer Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist. Wie schwer ist dieses Monument, wenn jede Grundkante der Pyramide 3½ und

jede Seitenkante 9 Fuß messen. Das spezif. Gewicht des Steins sei 2,8 und das Gewicht des Kubikfußes von reinem Wasser betrage 44,3 ℔?

Aufl. Gewicht = 4382,73 ℔.

327. Aufg. Eine Pyramide aus Gußeisen, dessen spezifisches Gewicht 7,2 beträgt, ist H = 17 Zoll hoch und hat zur Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, von welchem die kürzeste Seite a = 8 und die längste b = 17 Zoll (Duodecimalmaß) messen. Wie schwer ist diese Pyramide, wenn ein Kubikfuß reines Wasser 44,4 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht $= 0{,}0308\, a\, H \sqrt{(b+a)(b-a)} = 62{,}9$ ℔.

e. Gemischte Aufgaben.

328. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) und welche Mantelfläche (M) hat eine vierseitige Pyramide, deren Basis ein rechtwinkeliges Viereck von 6 Fuß Länge und 3 Fuß Breite ist, wenn die Pyramide senkrecht steht und 10 Fuß hoch ist?

Aufl. a) K = 60 Kubikfuß.
b) M = 92 □ Fuß.

329. Aufg. Ein dreiseitiges senkrechtes Prisma, dessen Basis eine reguläre Figur ist, ward durch einen zur Grundfläche nicht parallelen ebenen Schnitt in zwei ungleiche Theile zerlegt. Welchen körperlichen Inhalt hat der eine von diesen Theilen, wenn an ihm die längste Seitenkante b = 8 Fuß und jede von den beiden andern a = 5 Fuß messen, und überdieß jede Grundkante der kleinern Seitenkante gleich ist?

Aufl. $K = 0{,}14434\, a^2\, (2a + b) = 64{,}9$ Kubikfuß.

330. Aufg. Ein dreiseitiges senkrechtes Prisma, dessen Basis eine reguläre Figur ist, ward durch eine zur Grundfläche nicht parallele Ebene in zwei ungleiche Theile zerlegt. Welchen körperlichen Inhalt hat der eine von diesen Theilen, wenn an ihm die kürzeste Seitenkante b = 8 Fuß und jede von den beiden andern

a = 10 Fuß messen, und überdieß jede Grundkante so lang als die größere Seitenkante ist?

Aufl. $K = 0{,}14434\,(2a + b) \cdot a^2 = 404{,}1$ Kubikfuß.

331. Aufg. Ein dreiseitiges senkrechtes Prisma ward durch eine zur Grundfläche nicht parallele Ebene in zwei ungleiche Theile zerlegt. Welchen körperlichen Inhalt hat der eine von diesen Theilen, wenn an ihm die drei verschiedenen Seitenkanten $b = 3$, $a = 4$ und $c = 8$ Zoll messen, und überdieß jede Grundkante so lang als die mittlere gegebene Seitenkante ist?

Aufl. $K = 0{,}14434\,a^2\,(a + b + c) = 34{,}6$ Kubikzoll.

332. Aufg. Aus einem senkrechten Prisma von $H = 9$ Duodecimalzoll Höhe soll mit Beibehaltung der Grundfläche die möglichst größte Pyramide geschnitten werden. Wie viel wird der Abfall betragen, wenn die Grundfläche ein reguläres Sechseck von $p = 40$ Duodecimalzoll Umfang vorstellt?

Aufl. Abfall $= 0{,}048\,p^2\,H = 691{,}2$ Kubikzoll.

333. Aufg. a) Wie viel Kubikfuß (K) Erde sind erforderlich, um auf einem rechtwinkligen Vierecke, dessen Länge $a = 12$ Fuß und dessen Breite $b = 5$ Fuß messen, eine $H = 7$ Fuß hohe senkrechte Pyramide zu errichten? — b) Wie groß muß die Wiesenfläche (M) sein, welche zur Bedeckung dieser Pyramide den Rasen liefert?

Aufl. a) $K = \frac{1}{3}\,a\,b\,H = 140$ Kubikfuß;

$$\text{b) } M = a\sqrt{H^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + b\sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$= 135{,}29 \,\square$ Fuß.

β. Ueber die abgekürzte Pyramide.

Es bezeichne K den körperlichen Inhalt,
S die ganze Oberfläche,
M die Mantelfläche,
G die größere und
g die kleinere Grundfläche,
H die Höhe der abgekürzten Pyramide,

so gelten als Hauptformeln:

$$K = \frac{H}{3}(G + g + \sqrt{Gg})$$

$$S = G + g + M$$

$$G = \left(-\tfrac{1}{2}\sqrt{g} \pm \sqrt{\frac{3K}{H} - \tfrac{3}{4}g}\right)^2$$

$$g = \left(-\tfrac{1}{2}\sqrt{G} \pm \sqrt{\frac{3K}{H} - \tfrac{3}{4}G}\right)^2$$

$$H = \frac{3K}{G + g + \sqrt{Gg}}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes von abgekürzten Pyramiden.

334. Aufg. Die eine Grundfläche einer abgekürzten Pyramide hält $G = 54$, die andere $g = 24$ □ Fuß, und die Höhe derselben beträgt $H = 21$ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide?

Aufl. $K = \frac{H}{3}(G + g + \sqrt{Gg}) = 798$ Kubikfuß.

335. Aufg. Die eine Grundfläche einer abgekürzten Pyramide hält $G = 420$ □ Fuß, die andere $g = 105$ □ Fuß, und der Abstand der einen Basis von der andern mißt $H = 16\frac{3}{5}$ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide?

Aufl. $K = \frac{H}{3}(G + g + \sqrt{Gg}) = 4067$ Kubikfuß.

336. Aufg. Die kleinere Grundfläche einer abgekürzten Pyramide verhält sich zur größern wie 4 zu 9. Der Abstand der einen Fläche von der andern beträgt $H = 18$ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide, wenn die kleinere Grundfläche $g = 17$ □ Fuß hält?

Aufl. $K = \frac{19\,Hg}{12} = 484\frac{1}{2}$ Kubikfuß.

337. Aufg. Die größere Grundfläche einer abgekürzten Pyramide verhält sich zur kleinern wie 25 zu 16 (m : n), und die

Entfernung der einen Fläche von der andern beträgt $H = 10$ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide, wenn die größere Basis $G = 15$ □ Fuß hält?

Aufl. $K = \frac{GH}{3}\left(1 + \frac{n}{m} + \sqrt{\frac{n}{m}}\right) = 122$ Kubikfuß.

338. Aufg. Die größere Grundfläche einer abgekürzten Pyramide hält $G = 60$ □ Fuß. Ferner hält die Basis der zugehörigen Ergänzungspyramide $g = 1\frac{2}{3}$ □ Fuß und deren Höhe mißt $h = 6$ Fuß. Welchen körperlichen Inhalt hat nun die abgekürzte Pyramide?

Aufl. $K = \frac{h}{3}\left(\frac{G}{g}.\sqrt{Gg} - g\right) = 716\frac{2}{3}$ Kubikfuß.

339. Aufg. Von einer abgekürzten Pyramide sind die Grundflächen Quadrate und stehen wie 1 zu 4 im Verhältnisse zu einander. Die Höhe dieser Pyramide kommt dem Umfange der kleineren Grundfläche gleich. Welchen körperlichen Inhalt hat diese Pyramide nun, wenn die größere Grundfläche $p = 3$ Klafter (à 6 Fuß) zum Perimeter hat?

Aufl. $K = \frac{7p^3}{384} = 106\frac{5}{16}$ Kubikfuß.

340. Aufg. Ein kupfernes Gefäß hat die Form einer abgekürzten Pyramide, deren Boden, sowie deren Oeffnung Quadrate sind; jener hat 4 und diese 2 Fuß im Umfange. Wie viele Maß (à 43 Decimalkubikzoll) faßt dieses Gefäß, wenn seine Höhe 4 Fuß 3 Decimalzoll beträgt?

Aufl. $58\frac{1}{3}$ Maß.

341. Aufg. Von einer abgekürzten Pyramide hält die größere Grundfläche 18 und die kleinere 8 □ Fuß. In welche zwei Theile wird diese Pyramide durch eine zu den Grundflächen parallel gelegte Ebene zerlegt, wenn der Schnitt die 12 Fuß lange Achse halbirt?

Aufl. Größeres Stück = 91 Kubikfuß,
kleineres Stück = 61 Kubikfuß.

342. Aufg. Es soll in der Form einer abgekürzten Pyramide ein Kugelfang errichtet werden, dessen Basis 16 Decimalen eines bayer. Tagwerkes einnehmen muß, dessen Höhe 24 Fuß betragen soll, und wobei die obere Fläche der Pyramide ein Rechteck von

75 Fuß in der Länge und 12 Fuß in der Breite vorstellen soll. Wie viele Kubikfuß Erdmasse sind hiezu erforderlich?

Aufl. K = 77600 Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger andern Flächen bei abgekürzten Pyramiden.

343. Aufg. Die Grundflächen einer abgekürzten Pyramide sind Rechtecke. Bei der einen mißt die größere Grundkante a = 20 Fuß und die kleinere b = 14 Fuß; bei der andern ist die größere Grundkante c = 8 Fuß und die kleinere d = 5 Fuß lang. Es beträgt ferner der Abstand der zwei verschiedenen kleinern Grundkanten je H = 12 Fuß, und der Abstand der zwei verschiedenen größern Grundkanten je h = 10 Fuß. Man bestimme die ganze Oberfläche (S) dieser abgekürzten Pyramide.

Aufl. $S = ab + cd + (a + c)h + (b + d)H$
$= 828$ □ Fuß.

344. Aufg. Man berechne die Oberfläche einer abgekürzten Pyramide. Die größere Basis ist ein Rechteck von 18 Fuß in der Länge und 12 Fuß in der Breite; die kleinere Basis ist ein Rechteck von 6 Fuß in der Länge und 2 Fuß in der Breite. Die Höhe der abgekürzten Pyramide mißt 24 Fuß und fällt mit der Achse zusammen.

Aufl. S = 1162,7 □ Fuß.

345. Aufg. Die Grundfläche einer senkrechten Pyramide ist ein Quadrat, von welchem jede Seite a = 12 Fuß mißt. Diese Pyramide wird durch eine zur Basis parallele Ebene geschnitten, so daß jede Seite der Schnittfläche b = 4 Fuß lang ist. Wie groß ist die Oberfläche der nun entstandenen abgekürzten Pyramide, wenn die Schnittfläche von der Basis der gegebenen Pyramide H = 8 Fuß absteht?

Aufl. $S = a^2 + b^2 + 2(a + b)\sqrt{H^2 + \frac{1}{4}(a - b)^2}$
$= 446,2$ □ Fuß.

346. Aufg. Die Grundfläche einer abgekürzten Pyramide ist ein Quadrat, von welchem jede Seite a = 16 Fuß mißt. Sämmtliche Seitenflächen haben zur Grundfläche eine Neigung von einem

halben rechten Winkel. Wie groß ist nun die Oberfläche dieser abgekürzten Pyramide, wenn die Höhe derselben $H = 3$ Fuß lang ist?

Aufl. $S = a^2 + (a - 2H)^2 + 4(a - H) H \sqrt{2}$

$= 576,6$ □ Fuß.

347. Aufg. Die Grundfläche einer abgekürzten Pyramide ist ein Rechteck, dessen Dimensionen 70 Fuß und 50 Fuß betragen. Die Höhe der gegebenen Pyramide mißt 20 Fuß und alle Seitenflächen sind zur Basis unter einem halben rechten Winkel geneigt. Welche Oberfläche hat nun diese abgekürzte Pyramide?

Aufl. $S = 8325,44$ □ Fuß.

348. Aufg. Ein Sarg hat die Form einer abgekürzten Pyramide. Oben oder auf der Deckelseite ist er 7 Fuß lang und $2\frac{1}{2}$ Fuß breit, unten aber $6\frac{1}{2}$ Fuß lang und 2 Fuß breit. Die Seitenwände endlich haben allenthalben eine Breite von $1\frac{3}{4}$ Fuß. Was kostet nun das Anstreichen der vier Seitenwände dieses Sarges, wenn für jeden Quadratfuß 5 xr bezahlt werden?

Aufl. Mantelfläche $= 31\frac{1}{2}$ □ Fuß;

Kostenbetrag $= 2$ fl $37\frac{1}{2}$ xr.

349. Aufg. Aus den beiden Grundflächen $G = 18$ □ Fuß und $g = 8$ □ Fuß einer abgekürzten Pyramide die Durchschnittsfläche (s) zu berechnen, welche zu den gegebenen Grundflächen parallel ist und die Höhe der Pyramide halbirt.

Aufl. $s = \frac{1}{4}(G + g + 2\sqrt{Gg}) = 12\frac{1}{2}$ □ Fuß.

350. Aufg. Aus den beiden Grundflächen $G = 25$ □ Zoll und $g = 1$ □ Zoll einer abgekürzten Pyramide die Durchschnittsfigur (s) zu berechnen, welche zu den gegebenen Grundflächen parallel und der größern Basis dreimal näher ist, als der kleinern.

Aufl. $s = \frac{1}{16}(3\sqrt{G} + \sqrt{g})^2 = 16$ □ Zoll.

351. Aufg. Der körperliche Inhalt einer abgekürzten Pyramide beträgt $K = 215$ Kubikzoll, die Höhe derselben mißt $H = 6\frac{1}{7}$ Zoll und die beiden Grundflächen verhalten sich zu einander wie 1 zu 16. Wie groß ist die kleinere Grundfläche?

Aufl. $g = \frac{K}{7H} = 5$ □ Zoll.

352. Aufg. Der körperliche Inhalt einer abgekürzten Pyramide beträgt K = 91 Kubikfuß und deren Höhe H = 13 Fuß. Wie groß ist die größere Grundfläche, wenn sie viermal so viel Inhalt hat, als die kleinere?

Aufl. $G = \frac{12\,K}{7\,H} = 12 \square$ Fuß.

353. Aufg. Der körperliche Inhalt einer abgekürzten Pyramide beträgt K = 525 Kubikmeter und deren Höhe H = 10 Meter. Wie groß ist die größere Grundfläche der gegebenen abgekürzten Pyramide, wenn die kleinere $g = 7\frac{1}{2} \square$ Meter hält?

Aufl. $G = \left(-\frac{1}{2}\sqrt{g} \pm \sqrt{\frac{3K}{H} - \frac{3}{4}g}\right)^2 = 120 \square$ Meter.

354. Aufg. Aus den beiden Grundflächen ($G = 25 \square$ Fuß und $g = 4 \square$ Fuß) einer abgekürzten Pyramide den zu den Basen parallelen Durchschnitt zu berechnen, wenn derselbe die Höhe der abgekürzten Pyramide in zwei Theile zerlegt, die sich wie 5 zu 7 (n zu m) zu einander verhalten.

Aufl. Durchschnitt $= \left(\frac{m\sqrt{g} + n\sqrt{G}}{m + n}\right)^2 = 10\frac{9}{16} \square$ Fuß.

c. Berechnung der Höhe von abgekürzten Pyramiden.

355. Aufg. Der körperliche Inhalt einer abgekürzten Pyramide beträgt K = 98 Kubikfuß; die eine Grundfläche hält G = 14 und die andere $g = 3\frac{1}{2} \square$ Fuß. Man suche die Höhe (H) dieser abgekürzten Pyramide.

Aufl. $H = \frac{3\,K}{G + g + \sqrt{G\,g}} = 12$ Fuß.

356. Aufg. Welche Höhe (H) hat eine abgekürzte Pyramide, deren körperlicher Inhalt $K = 52\frac{1}{2}$ Kubikmeter beträgt, wenn die eine Grundfläche $G = 9 \square$ Meter hält und viermal so groß ist, als die andere?

Aufl. $H = \frac{12\,K}{7\,G} = 10$ Fuß.

357. Aufg. Aus den beiden Grundflächen (G = 384 □ Fuß, g = 6 □ Fuß) und der Höhe (H = 21 Fuß) einer abgekürzten Pyramide die Höhe (h) der Ergänzungspyramide zu bestimmen.

Aufl. $h = \frac{H\sqrt{g}}{\sqrt{G}-\sqrt{g}} = 3$ Fuß.

358. Aufg. Die eine Grundfläche einer abgekürzten Pyramide ist dreimal so groß als die andere. Welche Höhe hat die Ergänzungspyramide, wenn die Höhe der gegebenen abgekürzten Pyramide H = 15 Fuß mißt?

Aufl. $h = \frac{1}{2} H (\sqrt{3} + 1) = 20{,}49$ Fuß.

359. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte (K = 130 Kubikfuß) und aus den beiden Grundflächen (G = 15 □ Fuß, g = $1\frac{2}{3}$ □ Fuß) einer abgekürzten Pyramide die Höhe (h) der zugehörigen Ergänzungs-Pyramide zu berechnen.

Aufl. $h = \frac{3K.\sqrt{g}}{G\sqrt{G}-g\sqrt{g}} = 9$ Fuß.

360. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte (K = $135\frac{1}{2}$ Kubikfuß) und der größern Grundfläche (G = 20 □ Fuß) einer abgekürzten Pyramide die Höhe (h) der Ergänzungspyramide zu suchen, wenn sich deren Basis zu der gegebenen größern Grundfläche wie 2 zu 5 verhält?

Aufl. $h = 2{,}54 . \frac{K}{G} = 17{,}2$ Fuß.

361. Aufg. Die größere Grundfläche einer abgekürzten Pyramide hält G = 20 □ Fuß und die kleinere g = 5 □ Fuß. Welche Höhe (H) hat diese abgekürzte Pyramide, wenn die zugehörige Ergänzungspyramide h = 5 Fuß hoch ist?

Aufl. $H = \frac{h(\sqrt{Gg}-g)}{g} = 5$ Fuß.

d. Gewichtsberechnungen bei abgekürzten Pyramiden.

(Vergleiche A.)

362. Aufg. Wie viele Centner (à 100 ℔) Erdmasse waren erforderlich zu einem Damme, welcher die Form einer abgekürzten Pyramide hat und 12 Fuß hoch ist, wenn seine obere Grundfläche 300 □ Fuß und seine untere 4800 □ Fuß einnimmt, und ein Kubikfuß der verwendeten Erdmasse 90 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 22680 Ctr.

363. Aufg. Wie viele Fuhren Erdmasse, jede zu 15 Ctr (à 100 ℔) gerechnet, sind zur Errichtung eines Kugelfanges nöthig, wenn derselbe die Form einer abgekürzten Pyramide erhalten soll? Die Basen derselben sollen Rechtecke sein, von welchen das untere 160 Fuß lang und 60 Fuß breit, das obere 100 Fuß lang und 6 Fuß breit werden soll. Die Höhe muß 25 Fuß betragen; und jeder Kubikfuß der zu verwendenden Erdmasse wiegt 80 ℔.

Aufl. Anzahl der Fuhren = 5600.

364. Aufg. Ein Postament besteht aus einem Steine, dessen spezif. Gewicht 3 ist, und stellt eine abgekürzte 10 Fuß hohe Pyramide vor. Die Grundflächen sind Quadrate, von welchen das eine 18 und das andere 12 Fuß im Umfange hat. Welches Gewicht hat dieses Postament, wenn ein Kubikfuß reines Wasser 70 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = $299\frac{1}{4}$ Ctr.

365. Aufg. Ein Gefäß hat die Form einer abgekürzten Pyramide; es ist im Lichten oben 6 Zoll lang und 4 Zoll breit, unten aber 4 Zoll lang und 2 Zoll (Duodecimalmaß) breit. Wie viel Pfund Quecksilber, dessen spezif. Gewicht 13,5 ist, enthält es, wenn, bis an den obern Rand angefüllt, die Tiefe des darin befindlichen Quecksilbers 6 Zoll beträgt, ein Kubikfuß reines Wasser ferner 44,3 ℔ wiegt und beide Grundflächen Rechtecke sind?

Aufl. Gewicht = 31,7 ℔.

e. Gemischte Aufgaben.

366. Aufg. Ein Damm stellt eine abgekürzte Pyramide vor, deren Grundflächen Rechtecke sind, von welchen das eine (unten)

600 Duodecimalruthen lang und 18 Fuß breit, das andere (oben) 580 Duodecimalruthen lang und 6 Fuß breit ist. Wie viele Kubikklafter Erdmasse waren erforderlich, da der Damm 12 Fuß hoch ist, indem bekanntlich jede Kante einer solchen Klafter 6 Fuß mißt?

Aufl. Beinahe $4535\frac{2}{3}$ Kubikklafter.

367. Aufg. Es soll ein kleiner Kugelfang in der Form einer abgekürzten Pyramide errichtet werden. Die dazu nöthige Erdmasse soll ein Grundstück von 15 Decimalen eines bayer. Tagwerkes liefern. Die Grundflächen des Kugelfanges sollen Rechtecke bilden und die Abhänge des Kugelfanges sollen eine Böschung von 45 Sexagesimalgraden erhalten. Wenn nun die Breite des größern Rechteckes 20 und die Länge des kleinern 64 Fuß messen soll; wie tief muß sodann das Grundstück abgegraben werden, unter der Voraussetzung, daß die gegrabene Erde ebenso fest gestampft werden kann, als sie gewesen, und daß die Höhe des Kugelfanges 8 Fuß betragen soll?

Aufl. Tiefe = 1,11 Fuß.

368. Aufg. Es soll ein 51 Fuß hoher Kugelfang in der Form einer abgekürzten Pyramide, deren Basen Rechtecke sind, errichtet und das Erdreich durch Abgrabung eines Wiesengrundes gewonnen werden. Die untere Länge des Kugelfanges soll 140 und die obere 100 Fuß, dann die untere Breite soll 36 und die obere 16 Fuß betragen. Wie viele bayer. Tagwerke von jenem Wiesengrunde müssen angekauft werden, wenn nur 2 Fuß tief gegraben werden darf?

Aufl. 2,01 Tagwerk.

369. Aufg. Jemand hält ein Brettchen, das die Form und Größe eines Quadratfußes hat, bei einem Abstande von 3 Fuß von der lothrechten Wand seines Zimmers parallel zu dieser, und stellt ferner vor dieses Brettchen in einer Entfernung von $1\frac{1}{2}$ Fuß eine brennende Wachskerze, so daß die Mitte der Flamme von jedem Ecke des Brettes gleich weit absteht. Wie viel Raum nimmt der durch das Brettchen erzeugte Schatten ein, wenn von dem Lichte aus die Strahlen ohne Abbeugung geradlinig an dem Brette vorbei nach der Wand fortgehen?

Aufl. 13 Kubikfuß.

370. Aufg. Man bestimme die Höhe eines Prisma, das dem Volumen nach einer abgekürzten Pyramide gleichkommt, deren größere Grundfläche $G = 18 \square$ Fuß, deren kleinere Grundfläche $g = 10 \square$ Fuß und deren Höhe $H = 6$ Fuß beträgt, wenn die Grundfläche des Prisma der Summe der beiden Grundflächen dieser abgekürzten Pyramide gleich sein soll?

Aufl. $$\text{Höhe} = \frac{H}{3(G+g)} \cdot (G + g + \sqrt{Gg})$$
$$= 2{,}958 \text{ Fuß.}$$

371. Aufg. Man suche die Höhe eines Prisma, das dem körperlichen Inhalte nach einer abgekürzten Pyramide gleichkommt, deren größere Grundfläche 6mal größer als die kleinere ist und deren Höhe $H = 18$ Decimalzoll mißt, wenn die Basis des Prisma dem arithmetischen Mittel von den beiden Grundflächen dieser Pyramide gleich sein soll?

Aufl. $$\text{Höhe} = \frac{2H}{21}(7 + \sqrt{6}) = 16{,}2 \text{ Decimalzoll.}$$

372. Aufg. Man berechne die Höhe jenes Cylinders, der dem Kubikinhalte nach einer abgekürzten Pyramide gleichkommt, deren Höhe $H = 9$ Zoll beträgt, deren eine Grundfläche $G = 45 \square$ Zoll und deren andere Grundfläche $g = 20 \square$ Zoll hält, wenn die Basis jenes Cylinders dem geometrischen Mittel (der geometrischen mittlern Proportionale) der beiden Grundflächen von der gegebenen Pyramide gleich ist.

Aufl. $$\text{Höhe} = \frac{H}{3}\left(\sqrt{\frac{G}{g}} + \sqrt{\frac{g}{G}} + 1\right) = 9\tfrac{1}{2} \text{ Zoll.}$$

5. Aufgaben über den Kegel.

a. Ueber den vollständigen Kegel.

Es bezeichne K den körperlichen Inhalt,
S die Oberfläche,
G ($= r^2\pi$) die Grundfläche,
M die Mantelfläche,

H die Höhe,
D (= 2r) den Durchmesser der Basis und
A die Seitenlinie eines senkrechten Kegels,

so gelten als Hauptformeln:

$$K = \frac{1}{3} G H = \frac{1}{3} r^2 \pi H = \frac{1}{12} D^2 \pi H$$

$$S = G + M$$

$$G = \frac{3K}{H}$$

$$M = r \pi A$$

$$H = \frac{3K}{G}$$

$$D = \sqrt{\frac{12K}{H\pi}}$$

$$A = \sqrt{H^2 + r^2}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes.

373. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Cylinders beträgt $K_1 = 222$ Kubikfuß; wie viel beträgt sodann der Kubikinhalt jenes Kegels, welcher dieselbe Grundfläche und dieselbe Höhe, wie der Cylinder, hat?

Aufl. $K = \frac{1}{3} K_1 = 74$ Kubikfuß.

374. Aufg. Aus einem hölzernen Cylinder, welcher $K_1 = 17{,}01$ Kubikfuß zum Inhalte hat, soll der möglichst größte Kegel gedrechselt werden. Wie viel wird der Abfall betragen?

Aufl. Abfall $= \frac{2}{3} K_1 = 11{,}34$ Kubikfuß.

375. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Kegel, dessen Grundfläche G = 8 □ Fuß 100 □ Zoll (Duodecimalmaß) hält, wenn die Höhe H = 7 Fuß 2 Zoll (Decimalmaß) mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{3} G H = 20\frac{13}{15}$ Kubikfuß.

376. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat jener Körper, der dadurch entstanden ist, daß ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete a = 2 Zoll und dessen andere Kathete b = 7 Zoll betragen, um seine als unbeweglich gedachte größere Kathete ringsum bis zu seiner anfänglichen Lage sich gedreht hat?

Aufl. $K = \frac{1}{3} a^2 b \pi = 29{,}3$ Kubikzoll.

377. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Kegel, wenn der Diameter der Basis D = 5 Fuß 4 Duodecimalzoll und die Höhe H = 4 Fuß 5 Decimalzoll messen?

Aufl. $K = \frac{1}{12} D^2 \pi H = 33{,}5$ Kubikfuß.

378. Aufg. Wie viel beträgt der Kubikinhalt eines Kegels (in Zoll und Linien nach dem Decimalmaß ausgedrückt), wenn der Durchmesser der Grundfläche 8 Decimalzoll mißt, und die Höhe einen Fuß lang ist?

Aufl. K = 167 Kubikzoll 552 Kubiklinien.

379. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein H = 5 Fuß hoher senkrechter Kegel, dessen Achsenschnitt ein rechtwinkliges Dreieck ist?

Aufl. $K = \frac{1}{3} H^3 \pi = 130{,}9$ Kubikfuß.

380. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein H = 5 Fuß hoher schiefer Kegel, dessen Achsenschnitt ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck ist?

Aufl. $K = \frac{1}{12} H^3 \pi = 32{,}725$ Kubikfuß.

381. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein senkrechter Kegel, dessen Achsenschnitt ein rechtwinkliges Dreieck ist, von welchem die Hypotenuse D = 8 Fuß mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{24} D^3 \pi = 67{,}01$ Kubikfuß.

382. Aufg. Welchen körperlichen Raum beschreibt ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck, wenn es um seine unbewegliche Hypotenuse, deren Länge c = 6 Fuß beträgt, so weit gedreht wird, bis es in die anfängliche Lage wieder gekommen ist?

Aufl. Doppelkegel $= \frac{1}{12} c^3 \pi = 56{,}55$ Kubikfuß.

383. Aufg. Aus der Grundfläche (G = 12 □ Zoll 56 □ Linien im Decimalmaß) jenes Kegels, dessen Achsenschnitt ein reguläres Dreieck ist, den körperlichen Inhalt dieses Kegels für $\pi = 3{,}14$ zu bestimmen.

Aufl. $K = \frac{1}{3} G \sqrt{\frac{3G}{\pi}} = 14{,}5$ Kubikzoll.

384. Aufg. Nach einem Naturgesetze erreicht eine kegelförmig aufgehäufte trockene Sandmasse die größte Höhe über dem horizontalen Boden ohne künstliche Stütze dann, wenn jede von der Spitze des Haufens zur Peripherie der Basis gezogene Gerade unter einem

Winkel von 45 Sexagesimalgraden geneigt ist. Nun mißt an einem auf solche Art errichteten Sandhaufen diese Seitenlinie $A = 15$ Fuß. Aus wie vielen Sandfuhren, jede zu 15 Kubikfuß gerechnet, besteht der ganze Haufen?

Aufl. Anzahl der Fuhren $= \frac{A^3 \pi \sqrt{2}}{180} = 83,3.$

385. Aufg. Ein kegelförmiger Trichter hat $p = 3\frac{1}{7}$ Fuß im Umfange der Basis und ist einen $= H$ Fuß hoch. Wie viele Maß, jede zu 43 Decimalkubikzoll gerechnet, faßt er nahezu?

Aufl. Anzahl der Maß $= 6.$

386. Aufg. Der Durchmesser von der Grundfläche eines senkrechten Kegels mißt $D = 18$ Zoll und ist $1\frac{1}{5}$mal größer als die sogenannte Seitenlinie des Kegels. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. $K = \frac{1}{18} D^3 \pi = 1017,878$ Kubikzoll.

387. Aufg. Ein senkrechter 6 Fuß hoher Kegel wird durch eine Ebene, welche die Achse unter einem schiefen, die eine Seitenlinie aber unter einem rechten Winkel schneidet, in zwei ungleiche Theile zerlegt, so daß dem an der Spitze des Kegels befindlichen Stücke $1\frac{1}{2}$ Fuß von der Achse zukommen. Wie groß ist der körperliche Inhalt des genannten Stückes, wenn der Halbmesser von der Grundfläche des gegebenen Kegels $1\frac{1}{5}$ Fuß mißt?

Aufl. $K = 0,14137$ Kubikfuß.

388. Aufg. Wie viel Kubikfuß hat ein Kegel, dessen Achsenschnitt ein reguläres Dreieck ist, welches $s = 10$ □ Fuß $82\frac{1}{2}$ Decimal-Quadratzoll zum Inhalte hat?

Aufl. $K = \frac{1}{9} s \pi \sqrt{3 s \sqrt{3}} = 28\frac{1}{3}$ Kubikfuß nahezu.

389. Aufg. Der Achsenschnitt eines senkrechten Kegels hält $s = 192$ □ Zoll. Welchen körperlichen Inhalt hat der Kegel selbst, wenn seine Seitenlinie $A = 20$ Zoll mißt?

Aufl. $K = \frac{s \pi}{3} \sqrt{\frac{A^2}{2} \pm \sqrt{\frac{A^4}{4} - s^2}}$; also entweder

$K = 3216,998$ Kubikzoll, oder

$K = 2412,749$ Kubikzoll.

390. Aufg. Der Umfang des Achsenschnittes eines senkrechten Kegels mißt p = 32 Decimalzoll, und das Netz oder die ganze Oberfläche dieses Kegels beträgt S = 301 □ Zoll 58 □ Linien (Decimalmaß). Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Körper?

Aufl. $K = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{2S}{p}\right)^2 \sqrt{\frac{p^2}{4} - \frac{2S}{\pi}} = 301{,}6$ Kubikzoll.

391. Aufg. Die Fläche eines Kreissektors beträgt s = 204 □ Zoll 16 □ Linien (Decimalmaß), und der Durchmesser des zugehörigen Kreises mißt D = 26 Decimalzoll. Welchen körperlichen Inhalt wird jener senkrechte Kegel haben, welcher den gegebenen Sektor zur Mantelfläche hat?

Aufl. $K = \frac{4}{3\pi}\left(\frac{s}{D}\right)^2 \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(\frac{2s}{D\pi}\right)^2} = 314$ Kubikzoll.

392. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein senkrechter Kegel, dessen Höhe H = 8 Fuß mißt, wenn der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet, n = 216 Sexagesimalgrade hält?

Aufl. $K = \frac{n^2 H^3 \pi}{3(360 + n)(360 - n)} = 301{,}59$ Kubikfuß.

393. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein gerader Kegel, dessen in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Kreisquadranten bildet, wenn der Durchmesser von der Basis des Kegels D = 3 Fuß mißt?

Aufl. $K = \frac{D^3 \pi}{24}\sqrt{15} = 13{,}688$ Kubikfuß.

394. Aufg. Die ganze Oberfläche eines geraden Kegels hält S = 565 □ Fuß 88 □ Zoll (Decimalmaß), und der Durchmesser der Grundfläche verhält sich zur Höhe des Kegels wie 9 zu 20. Man bestimme den körperlichen Inhalt dieses Kegels.

Aufl. $K = \frac{12}{25} S \sqrt{\frac{S}{2\pi}} = 27143{,}4$ Kubikfuß.

395. Aufg. Die Grundfläche eines geraden Kegels hält G = 78½ □ Zoll und die Mantelfläche M = 2 □ Fuß 4 □ Zoll

10 □ Linien (Decimalmaß). Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel für $\pi = 3{,}14$?

Aufl. $K = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{G(M+G)(M-G)}{\pi}} = 314$ Kubikzoll.

396. Aufg. Die Oberfläche eines geraden Kegels hält S=1413 □ Zoll und die Mantelfläche M = 1158,66 □ Zoll. Wie groß ist der körperliche Inhalt dieses Kegels für $\pi = 3{,}14$?

Aufl. $K = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{S(S-M)(2M-S)}{\pi}}$
$= 3391{,}2$ Kubikzoll.

397. Aufg. Die Oberfläche eines senkrechten Kegels beträgt S = 628 □ Zoll und die Grundfläche G = 200 □ Zoll 96 □ Linien (Decimalmaß). Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel für $\pi = 3{,}14$?

Aufl. $K = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{GS(S-2G)}{\pi}} = 1004{,}8$ Kubikzoll.

398. Aufg. Der Achsenschnitt eines senkrechten Kegels beträgt s = 168 □ Zoll, und die Grundfläche dieses Kegels hält G = 153 □ Zoll 86 □ Linien (Decimalmaß). Welchen körperlichen Inhalt hat der Kegel für $\pi = 3{,}14$?

Aufl. $K = \frac{1}{3}s\sqrt{G\pi} = 1230{,}88$ Kubikzoll.

399. Aufg. Der Umfang von der Grundfläche eines gleichseitigen Kegels hält p = 47 Fuß 1 Decimalzoll. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel für $\pi = 3{,}14$?

Aufl. $K = \frac{1}{24} \cdot \frac{p^3}{\pi}\sqrt{3} = 764{,}79$ Kubikfuß.

400. Aufg. Die Höhe eines gleichseitigen Kegels beträgt H = 6 Fuß. Man bestimme hiernach den körperlichen Inhalt dieses Kegels.

Aufl. $K = \frac{1}{9}H^3\pi = 75{,}398$ Kubikfuß.

401. Aufg. Der Achsenschnitt eines gleichseitigen Kegels hält s = 1082½ □ Zoll (Decimalmaß). Wie viel Kubikfuß, Kubik-

zoll und Kubiklinien hält nach diesem Maße der Kegel für $\pi = 3{,}141$?

Aufl. $K = \frac{s\pi}{3}\sqrt{\frac{s}{\sqrt{3}}} = 28$ Kubikfuß 334 Kubikzoll $437\frac{1}{2}$ Kubiklinien.

402. Aufg. Von einem Doppelkegel ist der Achsenschnitt ein durch zwei gleichseitige Dreiecke gebildeter Rhombus, welcher $s = 31$ □ Zoll $17\frac{3}{5}$ □ Linien (Decimalmaß) zum Inhalte hat. Man berechne hiernach den körperlichen Inhalt des einfachen Kegels.

Aufl. $K = \frac{s\pi}{36}\sqrt{6s\sqrt{3}} = 48{,}97$ Kubikzoll; oder

$K = \frac{s\pi}{12}\sqrt{2s\sqrt{3}} = 84{,}82$ Kubikzoll.

403. Aufg. Der Achsenschnitt eines Doppelkegels ist ein aus zwei regulären Dreiecken gebildeter Rhombus, dessen längere Diagonale (Kegelachse) $D = 15$ Decimalzoll mißt. Welchen körperlichen Inhalt hat der einfache Kegel?

Aufl. $K = \frac{1}{72} D^3 \pi = 147{,}26$ Kubikzoll.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger anderen Flächen von einem Kegel.

404. Aufg. Man suche aus der Seitenlinie ($A = 7$ Fuß) und aus dem Durchmesser ($D = 6$ Fuß) von der Grundfläche eines senkrechten Kegels dessen Gesammtoberfläche (S).

Aufl. $S = \frac{1}{4} D\pi (D + 2A) = 94{,}248$ □ Fuß.

405. Aufg. Man berechne die Oberfläche eines senkrechten Kegels, dessen Höhe $H = 40$ Zoll lang ist, wenn der Durchmesser der Grundfläche $D = 18$ Zoll mißt.

Aufl. $S = \frac{1}{4} D\pi (D + \sqrt{4H^2 + D^2}) = 1413{,}72$ □ Zoll.

406. Aufg. Der körperliche Inhalt eines $H = 15$ Fuß hohen senkrechten Kegels beträgt $K = 1004\frac{4}{5}$ Kubikfuß. Man bestimme die Oberfläche dieses Kegels.

Aufl. $S = \frac{3K}{H} + \sqrt{\frac{3\pi K}{H}\left(H^2 + \frac{3K}{H\pi}\right)} = 628{,}08$ □ Fuß.

407. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche eines senkrechten Kegels, dessen in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Kreis-Sextanten bildet, wenn der Halbmesser der Grundfläche dieses Kegels $r = 4$ Fuß mißt?

Aufl. $S = 7r^2\pi = 351{,}8592$ □ Fuß.

408. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche eines senkrechten Kegels, dessen in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Kreis-Oktanten bildet, wenn die Höhe dieses Kegels $H = 7$ Fuß mißt?

Aufl. $S = \frac{H^2\pi}{7} = 21{,}99$ □ Fuß.

409. Aufg. Wie groß ist die Grundfläche eines Kegels, dessen körperlicher Inhalt $K = 314$ Duodecimalkubikzoll beträgt, wenn seine Höhe $H =$ einen Fuß mißt?

Aufl. $G = \frac{3K}{H} = 78\frac{1}{2}$ □ Zoll.

410. Aufg. Welche Grundfläche hat ein Kegel, welcher dem körperlichen Inhalte nach einem Würfel, der $a^3 = 2197$ Kubikfuß hält, gleich ist, wenn Kegel und Würfel dieselbe Höhe haben?

Aufl. $G = 3a^2 = 507$ □ Fuß.

411. Aufg. Wie groß ist die Mantelfläche (M) eines Kegels, dessen Seitenlinie $A = 20$ Zoll mißt und überdieß dem Durchmesser der Basis gleich ist?

Aufl. $M = \frac{1}{2}A^2\pi = 628{,}32$ □ Zoll.

412. Aufg. Wie groß ist der Kreissektor, welcher die Mantelfläche eines senkrechten Kegels, dessen körperlicher Inhalt für $\pi = 3{,}14$ genau $K = 314$ Kubikzoll beträgt, abgibt, wenn der Halbmesser von der Grundfläche dieses Kegels $r = 5$ Zoll mißt?

Aufl. $M = \frac{1}{r}\sqrt{r^6\pi^2 + 9K^2} = 204{,}1$ □ Zoll.

413. Aufg. Wie viel beträgt die Mantelfläche eines Kegels, dessen Achsenschnitt ein reguläres Dreieck ist und $s = 10$ □ Zoll $82\frac{1}{2}$ □ Linien (Decimalmaß) zum Inhalte hat?

Aufl. $M = \frac{2}{3}s\pi\sqrt{3} = 39{,}2677$ □ Zoll.

414. Aufg. Wie viel Quadratfuß hält die Mantelfläche eines senkrechten Kegels, dessen Achsenschnitt ein rechtwinkliges Dreieck ist,

wenn der Umfang von der Grundfläche des Kegels $p = 25\frac{3}{25}$ Fuß mißt?

Aufl. $M = \frac{p^2}{4\pi}\sqrt{2} = 71$ □ Fuß.

415. Aufg. Die Grundfläche eines gleichseitigen Kegels hält $G = 2$ □ Fuß 2 □ Zoll. Wie viel beträgt die Mantelfläche dieses Kegels?

Aufl. $M = 2G = 4$ □ Fuß 4 □ Zoll.

416. Aufg. Wie groß ist die Mantelfläche eines senkrechten $H = 8$ Fuß hohen Kegels, dessen Achsenschnitt ein rechtwinkeliges Dreieck ist?

Aufl. $M = H^2\pi\sqrt{2} = 284\frac{1}{3}$ □ Fuß.

417. Aufg. Ein senkrechter Kegel von $H = 15$ Fuß in der Höhe wird bei $h = 3$ Fuß Abstand von der Grundfläche parallel zu dieser durch eine Ebene geschnitten. Wie groß ist dieser Schnitt (s), wenn der Durchmesser der Basis $D = 20$ Fuß mißt?

Aufl. $s = \frac{1}{4}D^2\pi\left(\frac{H-h}{H}\right)^2 = 201{,}06$ □ Fuß.

418. Aufg. Eine $H = 100$ Fuß hohe Fichte ist kegelförmig gewachsen. Ihr körperlicher Inhalt ist auf $K = 654\frac{3}{8}$ Kubikfuß angeschlagen. Senkrecht auf deren Achse wird an ihrem dickern Ende ein $h = 20$ Fuß langes Stück hinweggesägt. Welche Fläche wird dieser Schnitt haben?

Aufl. $s = \frac{3K}{H}\left(\frac{H-h}{H}\right)^2 = 12{,}56$ □ Fuß.

c. Berechnung der Höhe und einiger andern Linien von einem Kegel.

419. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte ($K = 165$ Kubikfuß) eines Kegels und aus dessen Grundfläche ($G = 45$ □ Fuß) die Höhe desselben zu berechnen.

Aufl. $H = \frac{3K}{G} = 11$ Fuß.

420. Aufg. Der körperliche Inhalt eines gleichseitigen Kegels beträgt K = 5 Kubikfuß $453\frac{1}{4}$ Decimalkubikzoll. Welche Höhe hat dieser Kegel?

Aufl. $H = \sqrt[3]{\frac{9K}{\pi}}$ = 2 Fuß 5 Decimalzoll.

421. Aufg. Welche Höhe hat ein Kegel, dessen körperlicher Inhalt K = 131 Kubikfuß 307 Duodecimalkubikzoll beträgt, wenn sein Achsenschnitt ein reguläres Dreieck gibt?

Aufl. $H = \sqrt[3]{\frac{9K}{\pi}}$ = 7,216 Fuß.

422. Aufg. Ein gleichseitiger Kegel aus Lehm hat eine Schwere von $6107\frac{1}{2}$ ℔. Wie hoch ist dieser Kegel, wenn das spezif. Gewicht des Lehms 2 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 70 ℔ wiegt?

Aufl. H = 5 Fuß.

423. Aufg. Die Höhe eines Kegels beträgt H = 8 Zoll und der Durchmesser seiner Grundfläche D = 5 Zoll. Dieser Kegel soll kegelförmig concentrisch ausgebohrt werden, so daß der ausgebohrte Kegel nur mehr halb so schwer als der gegebene Kegel ist. Welche Tiefe (h) und (größte) Weite (d) muß die Bohrung haben?

Aufl. $h = \frac{H}{2}\sqrt[3]{4}$ = 6,35 Zoll,

$d = \frac{D}{2}\sqrt[3]{4}$ = 3,97 Zoll.

424. Aufg. In welcher Entfernung von der Spitze eines senkrechten Kegels muß eine Ebene parallel zur Basis gelegt werden, damit die Durchschnittsfigur dem vierten Theile der Grundfläche gleich ist, wenn die Höhe des gegebenen Kegels H = 7 Fuß 6 Duodecimalzoll mißt?

Aufl. Abstand = $\frac{1}{2}$H = 3 Fuß 9 Zoll.

425. Aufg. Bei einem senkrechten Kegel, dessen Oberfläche S = 282 □ Fuß 74 □ Zoll 40 □ Linien (Decimalmaß) hält, verhalten sich Durchmesser der Grundfläche und Höhe des Kegels

zu einander wie 5 zu 6 (m zu n). Welche Längen haben nun diese zwei Linien?

Aufl. $D = \sqrt{\frac{mS}{n\pi}\left(-\frac{m}{n}+\sqrt{\frac{m^2}{n^2}+4}\right)} = 10$ Fuß;

$H = \sqrt{\frac{nS}{m\pi}\left(-\frac{m}{n}+\sqrt{\frac{m^2}{n^2}+4}\right)} = 12$ Fuß.

426. Aufg. Einen gegebenen senkrechten Kegel über seine Basis hinaus so zu erweitern, daß ein neuer Kegel entsteht, bei welchem der körperliche Inhalt der Erweiterung dem gegebenen Kegel gleich ist. Wie groß werden die Höhe und der Durchmesser der Grundfläche von dem neuen Kegel sein, wenn bei dem gegebenen Kegel die Höhe $h = 5$ und der Durchmesser der Basis $d = 4$ Zoll betragen?

Aufl. $H = h\sqrt[3]{2} = 6{,}3$ Zoll,

$D = d\sqrt[3]{2} = 5{,}04$ Zoll.

427. Aufg. Die Höhe eines Kegels beträgt $h = 8$ Fuß und der Durchmesser seiner Basis $d = 6$ Fuß. Man soll den gegebenen Kegel verdoppeln, so daß ein neuer Kegel entsteht, dessen Mantelfläche von der des gegebenen Kegels allenthalben gleich weit absteht. Wie groß muß die Höhe und der Durchmesser der Grundfläche von dem neuen Kegel sein?

Aufl. $H = h\sqrt[3]{2} = 10{,}08$ Fuß,

$D = d\sqrt[3]{2} = 7{,}56$ Fuß.

428. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kegels, dessen in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einem Kreisquadranten gleichkommt, beträgt $K = 13$ Kubikfuß 689 Decimalkubikzoll. Wie viel mißt der Durchmesser von der Grundfläche dieses Kegels?

Aufl. $D = 2\sqrt[3]{\frac{3K}{\pi\sqrt{15}}} = 3$ Fuß.

429. Aufg. Der körperliche Inhalt eines senkrechten Kegels beträgt K = 84 Kubikfuß 346 Decimalkubikzoll, und der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet, hält n = 100 Centesimalgrade. Wie groß ist der Durchmesser von der Grundfläche dieses Kegels?

Aufl. $D = 2\sqrt[3]{\frac{3nK}{\pi(400+n)(400-n)}} = 2\frac{3}{4}$ Fuß.

430. Aufg. Ein bleierner gleichseitiger Kegel wiegt 311,266 ℔. Wie lang ist der Durchmesser von der Grundfläche dieses Kegels, wenn ein Kubikfuß von diesem Blei 794,64 ℔ schwer ist?

Aufl. $D = 1{,}2$ Fuß.

431. Aufg. Wie lang ist die Seitenlinie (A) eines geraden Kegels, wenn der Durchmesser von der Grundfläche $D = 1\frac{1}{2}$ Fuß mißt und die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Sektor bildet, dessen Winkel n = 25 Sexagesimalgrade hält?

Aufl. $A = \frac{180D}{n} = 10\frac{4}{5}$ Fuß.

432. Aufg. In welchem Verhältnisse steht der Durchmesser von der Grundfläche eines geraden Kegels zu dessen Seitenlinie, wenn die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Kreisquadranten formirt?

Aufl. $D : A = 1 : 2$.

d. Berechnung des Sektorwinkels in Beziehung auf gerade Kegel.

433. Aufg. Die Seitenlinie eines geraden Kegels mißt A = 30 Zoll und der Durchmesser von der Grundfläche D = 12 Zoll. Wie viele Grade (n) hat der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet?

Aufl. $n = \frac{180D}{A} = 72$ Sexagesimalgrade.

434. Aufg. Die Seitenlinie eines geraden Kegels mißt A = 5 Fuß und die Höhe des Kegels H = 3 Fuß. Wie viele Grade (n)

hat der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet?

Aufl. $n = \frac{360}{A}\sqrt{(A+H)(A-H)} = 288$ Sexagesimalgrade.

435. Aufg. Die Achse eines geraden Kegels mißt $H = 2$ Fuß 8 Decimalzoll und der Durchmesser von der Grundfläche $D = 9$ Fuß. Wie viele Centesimalgrade (n) hat der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche des Kegels bildet?

Aufl. $n = \frac{400\,D}{\sqrt{D^2+4H^2}} = 339^0\,62'\,26''$.

436. Aufg. Ein Kegel steht senkrecht und sein Achsenschnitt ist ein rechtwinkeliges Dreieck. Man berechne nach der Sexagesimal-Eintheilung den Winkel jenes Kreisausschnittes, welcher durch die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche entsteht.

Aufl. $n = 180\sqrt{2} = 254^0\,33\frac{1}{2}'$ nahezu.

437. Aufg. Ein Kegel steht senkrecht und seine Achse ist dem Halbmesser von der Grundfläche gleich. Man berechne nach der Centesimaleintheilung den Winkel jenes Kreisausschnittes, welcher durch die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche entsteht.

Aufl. $n = 200\sqrt{2} = 282^0\,84'$.

438. Aufg. Die Oberfläche eines geraden Kegels hält $S = 3063{,}06$ Duodecimal-Quadratzoll, und der Durchmesser der Basis mißt $D = 2\frac{1}{2}$ Fuß. Wie viele Sexagesimalgrade (n) hat der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet?

Aufl. $n = \frac{360\,D^2\pi}{4S - D^2\pi} = 108$ Grade.

439. Aufg. Die Oberfläche eines senkrechten Kegels hält $S = 785$ □ Zoll 40 □ Linien (Decimalmaß), und die Seitenlinie des Kegels mißt $A = 15$ Decimalzoll. Wie viele Centesimalgrade (n) hat der Winkel des Sektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet?

Aufl. $n = \frac{400}{A}\left(-\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{S}{\pi}}\right) = 266\frac{2}{3}$ Grade.

e. Gewichtsberechnungen beim geraden Kegel.

440. Aufg. Wie schwer ist eine kegelförmig gewachsene Tanne, welche 60 Fuß hoch ist, und zur Basis einen Kreis von 4 Fuß im Durchmesser hat, wenn ein Kubikfuß von der Holzmasse 30 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 75 Ctr 39$\frac{4}{5}$ ℔.

441. Aufg. Der Achsenschnitt eines Kegels von Blei ist ein gleichseitiges Dreieck, welches 30 Duodecimalzoll im Umfange hat. Wie schwer ist dieser Kegel, wenn das spezif. Gewicht des Bleies 11,35 beträgt, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 65,97 ℔.

442. Aufg. Jemand wünschte sich einen gleichseitigen Kegel von Gold, dessen krumme Seitenfläche genau M = 1 □ Fuß betragen sollte. Wie schwer würde dieser Kegel sein, wenn das Gold 19mal schwerer als reines Wasser ist, und von diesem jeder Kubikfuß 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. $\text{Gewicht} = \frac{1}{6}M\sqrt{\frac{3M}{2\pi}}.19.44{,}3$

$= 96{,}93$ ℔.

443. Aufg. Wie schwer ist ein Doppelkegel von Alabaster, wenn sein Achsenschnitt ein Rhombus ist, von welchem die kürzere Diagonale einer Seite gleichkommt und d = 10 Duodecimalzoll mißt? Das spezif. Gewicht des Alabasters beträgt 2,2 und der Kubikfuß reines Wasser wiegt 70 ℔.

Aufl. $\text{Gewicht} = \frac{1}{12}d^3\pi\sqrt{3}.2{,}2.70$

$= 40{,}41$ ℔.

f. Gemischte Aufgaben.

444. Aufg. Der Durchmesser von der Grundfläche eines geraden Kegels mißt D = 3 und die Achse H = 4 Fuß. Man soll den gegebenen Kegel durch einen zur Basis parallelen Schnitt in zwei gleiche Theile zerlegen. Welchen Durchmesser (d) wird

diese Schnittfläche, und welche Höhe (h) der Ergänzungskegel bekommen?

Aufl. $d = \frac{1}{2} D \sqrt[3]{4} = 2{,}38$ Fuß,

$h = \frac{1}{2} H \sqrt[3]{4} = 3{,}17$ Fuß.

445. Aufg. Bei einem senkrechten $H = 24$ Zoll hohen Kegel verhält sich die Basis zur krummen Seitenfläche wie 7 zu 25. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat dieser Kegel?

Aufl. $K = \frac{49}{1728} H^3 \pi = 1231{,}5$ Kubikzoll.

446. Aufg. Man bestimme die Kante (a) eines Würfels, welcher dem Volumen nach einem gleichseitigen Kegel, dessen Höhe $H = 4$ Fuß beträgt, gleichkommt.

Aufl. $a = \frac{1}{3} H \sqrt[3]{3\pi} = 2{,}816$ Fuß.

447. Aufg. Welche Oberfläche (S) und welchen körperlichen Inhalt (K) hat derjenige Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete $a = 2$ Zoll und dessen andere Kathete $b = 7$ Zoll messen, um seine als unbeweglich genommene kleinere Kathete eine vollständige Rotation gemacht hat, wenn $\pi = 3{,}14$ ist?

Aufl. $S = b\pi(b + \sqrt{a^2 + b^2}) = 313{,}87$ □ Zoll,

$K = \frac{1}{3} b^2 \pi a = 102{,}6$ Kubikzoll.

448. Aufg. Welche Oberfläche (s) hat jener Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein rechtwinkeliges, gleichschenkeliges Dreieck, dessen Perimeter $p = 20$ Zoll beträgt, um seine als unbeweglich genommene Hypotenuse eine Viertels-Rotation gemacht hat?

Aufl. $s = 0{,}18108 p^2 = 72{,}43$ □ Zoll.

449. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) und welche Oberfläche (s) hat jener Körper, der dadurch entstanden ist, daß ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten $a = 9$ und $b = 40$ Zoll messen, um seine als unbeweglich gedachte Hypotenuse so weit

herumgedreht worden ist, bis das Dreieck eine der anfänglichen entgegengesetzte Lage erhalten hat?

Aufl. $K = \frac{a^2 b^2 \pi}{6\sqrt{a^2 + b^2}} = 1655,087$ Kubikzoll;

$$s = ab\left(1 + \frac{(a+b).\pi}{2\sqrt{a^2 + b^2}}\right) = 1035,83 \square \text{ Zoll.}$$

450. Aufg. Auf wie viele bayer. Klafter Holz berechnet sich der kegelförmige Stamm eines $80\frac{1}{2}$ Fuß hohen Tannenbaumes, wenn dessen größter Umfang $12\frac{14}{25}$ Fuß beträgt und eine Klafter Scheitholz 96 Kubikfuß Holzmasse enthält?

Aufl. Auf beinahe $3\frac{1}{2}$ Klafter.

451. Aufg. Welche körperliche Räume beschreibt ein Trapez, dessen Parallelseiten $P = 8$ Fuß, $p = 6$ Fuß und dessen Höhe $h = 5$ Fuß betragen, wenn das Trapez eine vollständige Rotation macht a) um die größere und b) um die kleinere Parallelseite?

Aufl. a) $K = h^2\pi\left(\frac{P + 2p}{3}\right) = 523,6$ Kubikfuß;

b) $K = h^2\pi\left(\frac{p + 2P}{3}\right) = 575,96$ Kubikfuß.

452. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) und welche Oberfläche (s) hat der keilförmige Ausschnitt eines senkrechten $H = 15$ Meter hohen Kegels, wenn der Neigungswinkel der beiden ebenen Seitenflächen $n = 125$ Centesimalgrade mißt, und der ihm zugehörige Bogen $a = 15$ Meter 7 Decimeter hält?

Aufl. $K = \frac{100\,a^2\,H}{3\,n\pi} = 314$ Kubikmeter;

$$s = \frac{100\,a^2}{n\pi} + \frac{200\,ah}{n\pi} + \frac{a}{2}\sqrt{h^2 + \left(\frac{200\,a}{n\pi}\right)^2} = 316\tfrac{1}{4} \square \text{ Fuß.}$$

453. Aufg. Von einem Trapeze, dessen Nichtparallelseiten gleich lang und zu den Parallelen gleich geneigt sind, mißt die größere Parallele $P = 4$ Zoll und die kleinere $p = 3$ Zoll, und der Abstand beider Parallelen beträgt $h = 5$ Zoll. Welchen

körperlichen Inhalt (K) und welche Oberfläche (s) haben jene Körper, welche erzeugt werden, wenn das gegebene Trapez a) um die als unbeweglich gedachte kleinere Parallele, b) um die als unbeweglich gedachte größere Parallele eine vollständige Rotation macht?

Aufl. a) $K = \frac{H^2\pi}{3}(2P + p) = 287{,}98$ Kubikzoll,

$$s = 2H\pi\left(P + \sqrt{H^2 + \left(\frac{P-p}{2}\right)^2}\right) = 283{,}53 \,\square\, \text{Zoll};$$

b) $K = \frac{H^2\pi}{3}(P + 2p) = 261{,}8$ Kubikzoll,

$$s = 2H\pi\left(p + \sqrt{H^2 + \left(\frac{P-p}{2}\right)^2}\right) = 252{,}11 \,\square\, \text{Zoll}.$$

454. Aufg. Man berechne die körperlichen Räume (K_1 und K_2), welche ein Dreieck, dessen Seiten $a = 3$, $b = 5$ und $c = 7$ Zoll gegeben sind, beschreibt, wenn dasselbe a) um seine als unbeweglich gedachte längste und b) um seine als unbeweglich gedachte kürzeste Seite eine volle Umdrehung macht? Wie verhalten sich ferner c) beide Körper zu einander?

Aufl. a) $K_1 = \frac{\pi}{12c}(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)$

$= 25{,}245$ Kubikzoll;

b) $K_2 = \frac{\pi}{12a}(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)$

$= 58{,}905$ Kubikzoll;

c) $K_1 : K_2 = a : c = 3 : 7$.

455. Aufg. Es soll ein 6 Fuß weiter und 25 Fuß tiefer Brunnen cylinderförmig gegraben, und die dabei gewonnene Erdmasse zu einem kegelförmigen Haufen, bei welchem je zwei gegenüberstehende Seitenlinien unter einem rechten Winkel zusammenstoßen, aufgethürmt werden. Welche Dimensionen wird der kegelförmige Haufen bekommen, wenn dem Volumen nach die ausgegrabene Erdmasse zu der noch nicht ausgegrabenen wie 10 zu 9 sich verhält?

Aufl. Halbmesser der Basis = Höhe des Kegels = 9,08 Fuß.

456. Aufg. Ein Cylinder, dessen Durchmesser $D = 8\frac{1}{3}$ Zoll mißt, soll von der einen Grundfläche aus kegelförmig so ausgebohrt werden, daß er den vierten Theil an seinem Gewichte verliert. Wie groß muß die größte Weite der Ausbohrung sein, wenn Kegel und Cylinder gleiche Höhen haben, und die Körpermasse allenthalben gleich dicht ist?

Aufl. Größte Weite $= 0{,}866\,D = 7{,}22$ Zoll.

457. Aufg. Man verwandle einen gleichseitigen Kegel, dessen Achsenschnitt 303 □ Zoll 10 □ Linien (Decimalmaß) hält, in einen Cylinder, dessen Achsenschnitt ein Quadrat ist. Wie lang wird die Achse dieses Cylinders sein?

Aufl. Achse $= 17{,}486$ Zoll.

458. Aufg. Man verwandle einen gleichseitigen Kegel, dessen Achsenschnitt $m = 389{,}7$ □ Zoll hält, in einen gleich hohen Cylinder. Wie viel muß dessen Dicke (D) betragen?

Aufl. $D = \frac{2}{3}\sqrt{m\sqrt{3}} = 17{,}32$ Zoll.

459. Aufg. In welchem Verhältnisse zu einander müssen die Seitenlinien eines geraden Kegels und der Durchmesser der Grundfläche stehen, damit der Winkel des Kreissektors, welchen die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche bildet, 90 Sexagesimalgrade hat?

Aufl. Durchmesser : Seitenlinie $= 1 : 2$.

460. Aufg. In welchem Verhältnisse stehen bei einem senkrechten Kegel Durchmesser der Grundfläche und Höhe des Kegels zu einander, wenn die Mantelfläche desselben, in eine Ebene ausgebreitet, einen Kreisquadranten bildet?

Aufl. Durchmesser : Höhe $= 2 : \sqrt{15}$.

461. Aufg. Ein kegelförmiger Sandhaufen auf horizontalem Boden hat zum Umfange seiner Basis 50 Fuß 2 Zoll $6\frac{2}{5}$ Linien (Decimalmaß). Wie viele Fuhren Sand, jede zu 20 Kubikfuß gerechnet, enthält der Haufen, wenn seine Achse senkrecht ist, und der Achsenschnitt ein rechtwinkliges Dreieck ist?

Aufl. $26\frac{4}{5}$ Fuhren.

β. Ueber den abgekürzten Kegel.

Es bezeichne K den körperlichen Inhalt,
S die Oberfläche,
M die Mantelfläche,
G ($=R^2\pi$) die größere Grundfläche,
g ($=r^2\pi$) die kleinere Grundfläche,
H die Höhe und
A die Seitenlinie eines senkrechten abgekürzten Kegels,
so gelten als Hauptformeln:

$$K = \frac{H\pi}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$$

$$S = G + g + M$$

$$M = A\pi(R + r)$$

$$R = -\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{3K}{H\pi} - \tfrac{3}{4}r^2}$$

$$r = -\frac{R}{2} \pm \sqrt{\frac{3K}{H\pi} - \tfrac{3}{4}R^2}$$

$$H = \frac{3K}{\pi(R^2 + r^2 + Rr)}$$

$$A = \sqrt{H^2 + (R-r)^2}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes.

462. Aufg. Die eine Grundfläche eines abgekürzten Kegels hält 6 und die andere 24 □ Fuß; beide Flächen sind 9 Duodecimalzoll von einander entfernt. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel?

Aufl. $K = 10\frac{1}{2}$ Kubikfuß.

463. Aufg. Die größte Dicke eines abgekürzten Kegels mißt $D = 4$ und die kleinste $d = 2$ Fuß. Welchen körperlichen Raum hat dieser Kegel, wenn überdieß seine Höhe nur halb so viel als die kleinste Dicke desselben beträgt?

Aufl. $K = \frac{d\pi}{24}(D^2 + d^2 + Dd) = 7{,}33$ Kubikfuß.

464. Aufg. Ein kegelförmig gewachsener Baum ist senkrecht auf seine Achse zweimal abgesägt worden. Der zwischen den beiden Schnittflächen befindliche Baumstamm ist A = 31 Fuß 3 Decimalzoll lang, an dem einen Ende D = 6 und an dem andern d = 1 Fuß dick. Man bestimme seinen körperlichen Inhalt.

Aufl. $K = \frac{\pi}{12}(D^2 + d^2 + Dd)\sqrt{A^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$

$= 351{,}16$ Kubikfuß.

465. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat das Schrannenmaß eines bayer. Schäffels, welches die Form eines abgekürzten Kegels hat, der oben $2\frac{1}{2}$, unten 3 Fuß weit und $1\frac{1}{2}$ Fuß hoch ist?

Aufl. $K = \frac{H\pi}{12}(D^2 + d^2 + Dd) = 8{,}934$ Kubikfuß.

466. Aufg. In welche zwei Theile wird ein abgekürzter Kegel mit senkrechter Achse zerlegt, wenn seine Achse durch einen zu den Grundflächen parallelen Schnitt halbirt wird? Die Höhe des gegebenen Kegels beträgt H = 48 Fuß; der Durchmesser der kleinern Basis mißt d = $1\frac{1}{2}$ Fuß und der von der größern D = 6 Fuß.

Aufl. $K_1 = \frac{H\pi}{96}(D^2 + 7d^2 + 4Dd)$

$= 137{,}84$ Kubikfuß;

$K_2 = \frac{H\pi}{96}(7D^2 + d^2 + 4Dd)$

$= 455{,}92$ Kubikfuß.

467. Aufg. Die Achse eines abgekürzten Kegels steht auf der einen Basis senkrecht und mißt H = 9 Fuß. In welche drei Stücke wird dieser Kegel zerlegt, wenn die Höhe in drei gleiche Theile getheilt wird und durch die Theilungspunkte parallele Ebenen zu den Basen, deren Halbmesser R = 5 Fuß und r = 2 Fuß messen, gelegt werden?

Aufl. $K_1 = \frac{H\pi}{81}(R^2 + 19r^2 + 7Rr) = 59{,}69$ Kubikfuß;

$K_2 = \frac{H\pi}{81}(7R^2 + 7r^2 + 13Rr) = 116{,}24$ Kubikfuß;

$K_3 = \frac{H\pi}{81}(19R^2 + r^2 + 7Rr) = 191{,}64$ Kubikfuß.

468. Aufg. In einem Garten wurde ein Erdhügel in der Form eines abgekürzten Kegels aufgethürmt, so daß am ersten Tage die Seitenlinie dieses Kegels $21\frac{2}{3}$ Fuß, am zweiten $43\frac{1}{3}$ Fuß und am dritten Tage $A = 65$ Fuß lang war. Wie viele Kubikfuß Erde mußten an jedem der drei Tage aufgefahren werden, wenn der Hügel unten $D = 52$ und oben $d = 20$ Fuß im Durchmesser hatte, und die Achse desselben senkrecht auf dem horizontalen Boden stand?

Aufl. $K_1 = \frac{\pi}{324}(D^2 + 19d^2 + 7Dd)\sqrt{A^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$,

$= 10739,428$ Kubikfuß;

$K_2 = \frac{\pi}{324}(7D^2 + 7d^2 + 13Dd)\sqrt{A^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$,

$= 21527,716$ Kubikfuß;

$K_3 = \frac{\pi}{324}(19D^2 + d^2 + 7Dd)\sqrt{A^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$,

$= 36068,452$ Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger andern Flächen von einem abgekürzten Kegel.

469. Aufg. Aus den gegebenen Halbmessern $R = 4$ Fuß, $r = 3$ Fuß) von den Grundflächen eines abgekürzten Kegels dessen Oberfläche zu berechnen, wenn jede Seitenlinie dieses abgekürzten Kegels $A = 8$ Fuß mißt.

Aufl. $S = \pi(R^2 + r^2 + A[R + r])$

$= 254,47$ □ Fuß.

470. Aufg. Aus den gegebenen Durchmessern ($D = 6$ Fuß, $d = 5$ Fuß) von den Grundflächen eines abgekürzten Kegels dessen Oberfläche zu berechnen, wenn die Achse dieses abgekürzten Kegels senkrecht steht und $H = 4\frac{1}{2}$ Fuß lang ist.

Aufl. $S = \frac{\pi}{4}\left(D^2 + d^2 + (D + d)\sqrt{4H^2 + (D - d)^2}\right)$

$= 126,14$ □ Fuß.

471. Aufg. Ein kupfernes Gefäß hat die Form eines abgekürzten Kegels mit senkrechter Achse. Dasselbe faßt, wenn es ganz gefüllt ist, $K_1 = 60$ Eimer $4\frac{1}{3}$ Maß bayerisch, letztere zu je 43 Decimalkubikzoll gerechnet. Oben ist es offen und $d = 3$ Fuß weit; unten mißt die Weite des Bodens $D = 4$ Fuß. Man bestimme nun die Menge Kupferblech, welches zu diesem Gefäße erforderlich war.

Aufl. $$M+G=\pi\left(\frac{D^2}{4}+\frac{D+d}{2}\sqrt{\left(\frac{12K_1}{\pi(D^2+d^2+Dd)}\right)^2+\left(\frac{D-d}{2}\right)^2}\right)$$
$$= 188{,}58 \,\square\, \text{Fuß}.$$

472. Aufg. Die Höhe eines abgekürzten Kegels mißt $H = 12$ Fuß, und die beiden Grundflächen desselben verhalten sich zu einander wie 1 zu 4. Wie groß ist eine jede Grundfläche, wenn das Volumen des gegebenen Körpers $K = 56$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. $$G = \frac{12K}{7H} = 8 \,\square\, \text{Fuß},$$
$$g = \frac{3K}{7H} = 2 \,\square\, \text{Fuß}.$$

473. Aufg. Der körperliche Inhalt eines abgekürzten Kegels beträgt $K = 318$ Kubikfuß 349 Decimalkubikzoll, und seine Höhe mißt $H = 16$ Fuß. Welchen Inhalt hat dessen größere Grundfläche (G), wenn der Radius der kleinern $r = 2$ Fuß lang ist?

Aufl. $$G = \left(-\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{3K}{H\pi} - \tfrac{3}{4}r^2}\right)^2 \pi = 28{,}27 \,\square\, \text{Fuß}.$$

474. Aufg. Der körperliche Inhalt eines abgekürzten Kegels beträgt $K = 513$ Kubikmeter 128 Kubikdecimeter, und seine Höhe mißt $H = 10$ Meter. Man suche die Fläche der kleinern Basis, wenn der Diameter von der größern Grundfläche $D = 10$ Meter lang ist.

Aufl. $$g = \left(-\frac{D}{4} \pm \sqrt{\frac{3K}{H\pi} - \tfrac{3}{16}D^2}\right)^2 \pi = 28{,}27 \,\square\, \text{Meter}.$$

475. Aufg. Bei einem abgekürzten Kegel steht die Achse senkrecht auf den Basen, und es beträgt der Umfang der größern Grundfläche $P = 26$ Fuß, der Umfang der kleinern aber $p = 14$ Fuß.

Wie groß ist die Mantelfläche dieses Kegels, wenn der Abstand der gegebenen Umfänge A = 9 Fuß 5 Duodecimalzoll mißt?

Aufl. $M = (P + p) \cdot \frac{A}{2} = 188\frac{1}{3}$ □ Fuß.

476. Aufg. Wie viele Quadratfuß hält die Rindenfläche eines Fichtenstammes, welcher kegelförmig gewachsen und senkrecht auf die Achse abgesägt ist, wenn er an dem einen Ende D = 3, an dem andern d = 2 Fuß dick ist, und die Achse dieses gegebenen abgekürzten Kegels H = 36 Fuß mißt?

Aufl. $M = \frac{\pi}{2}(D + d)\sqrt{H^2 + \left(\frac{D - d}{2}\right)^2}$

$= 282,77$ □ Fuß.

477. Aufg. Aus der auf den beiden Grundflächen eines abgekürzten Kegels senkrecht stehenden Achse H = 20 Fuß den Mantel dieses Kegels zu berechnen, wenn der Halbmesser der einen Grundfläche R = 23 Fuß und der Halbmesser der andern Grundfläche r = 8 Fuß lang ist.

Aufl. $M = \pi(R + r)\sqrt{H^2 + (R - r)^2}$

$= 2434,74$ □ Fuß.

478. Aufg. Der kubische Inhalt eines abgekürzten Kegels mit senkrechter Achse beträgt K = 49 Kubikfuß 742 Decimalkubikzoll; die Halbmesser der Grundflächen messen R = 3 Fuß und r = 2 Fuß. Man suche die Mantelfläche dieses Kegels.

Aufl. $M = \pi(R + r)\sqrt{(R - r)^2 + \left(\frac{3K}{\pi(R^2 + r^2 + Rr)}\right)^2}$

$= 42$ □ Fuß 29 Decimal- □ Zoll.

479. Aufg. Eine eiserne Pfanne hat die Form eines abgekürzten Kegels mit senkrechter Achse und faßt $K_1 = 45\frac{3}{5}$ bayer. Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll). Wie viel Eisenblech nahm die Seitenwand dieser Pfanne in Anspruch, wenn die Tiefe derselben H = 4 Decimalzoll beträgt, und die untere oder Bodenweite sich zur obern Weite verhält, wie 1 zu 3?

Aufl. $M = 4\pi\sqrt{\frac{3K_1}{13H\pi}\left(H^2 + \frac{12K_1}{13H\pi}\right)}$

$= 9\frac{1}{2}$ □ Fuß nahezu.

480. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel mit senkrechter Achse mißt der Halbmesser der kleinern Grundfläche r = 3 Fuß und der Halbmesser der größern R = 7 Fuß. Man soll an dem dünnern Ende durch eine zu den Grundflächen parallele Ebene ein Stück abschneiden, welches dem dritten Theile des gegebenen abgekürzten Kegels gleich ist. Wie groß ist die Schnittfläche (s)?

Aufl. $s = \frac{\pi}{3} \sqrt[3]{(R^3 + 2r^3)^2} = 56,566$ □ Fuß.

c. Berechnung der Höhe und einiger andern Linien von einem abgekürzten Kegel.

481. Aufg. Die eine Grundfläche eines abgekürzten Kegels hält 4 und die andere 1 □ Fuß. Wie weit stehen beide Flächen von einander ab, wenn der kubische Inhalt dieses Körpers 14 Kubikfuß beträgt?

Aufl. H = 6 Fuß.

482. Aufg. Das Schrannenmaß eines bayer. Schäffels habe die Form eines abgekürzten Kegels, der unten 26 und oben 24 Duodecimalzoll im Lichten weit ist. Welche Tiefe hat dieses Maß, da es 208 bayer. Getränkmaß (jede zu 43 Decimalkubikzoll) fassen soll?

Aufl. H = $31\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll beinahe.

483. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten H = 100 Fuß hohen Kegels hat P = 9,42 Fuß im Umfange. In welchem Abstande von der Grundfläche hat eine zu ihr parallel gelegte Ebene p = 6,28 Fuß im Umfange.

Aufl. Abstand $= H \cdot \frac{P - p}{P} = 33\frac{1}{3}$ Fuß.

484. Aufg. Die Basis eines senkrechten H = $11\frac{3}{4}$ Fuß hohen Kegels hat P = 15,71 Fuß im Umfange. In welchem Abstande von diesem Umfange liegt ein anderer p = 12,57 Fuß großer Umfang, welcher einer zur Grundfläche des Kegels parallel gelegten Durchschnittsebene angehört?

Aufl. Abstand = 2,4 Fuß nahezu.

485. Aufg. Wäre das Schrannenmaß eines bayer. Schäffels oben $2\frac{1}{2}$ Fuß im Lichten weit und $1\frac{1}{2}$ Fuß tief; wie lang müßte dann der Durchmesser des Bodens im Lichten sein, wenn das ganze Gefäß 208 bayer. Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll) fassen und die Form eines abgekürzten Kegels haben soll?

Aufl. $D = 3$ Fuß.

486. Aufg. Ein Küfer macht den Boden des Schrannenmaßes von einem bayer. Schäffel 3 Fuß im Lichten weit. Wie weit muß dasselbe oben werden, wenn es $1\frac{1}{2}$ Fuß hoch sein, die Form eines abgekürzten Kegels mit senkrechter Achse haben und 208 bayer. Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll) fassen soll?

Aufl. $d = 2\frac{1}{2}$ Fuß.

487. Aufg. Von einem $H = 8$ Fuß hohen abgekürzten Kegel, dessen Achse der gegebenen Höhe gleich ist, mißt der Halbmesser der einen Grundfläche $R = 9$ Fuß und der Halbmesser von der andern Basis $r = 6$ Fuß. Man berechne die eine Diagonale des Achsenschnittes dieses gegebenen Kegels.

Aufl. Diagonale $= \sqrt{H^2 + (R + r)^2} = 17$ Fuß.

488. Aufg. Die Achse eines abgekürzten Kegels steht senkrecht auf dessen Grundfläche, deren Durchmesser $D = 12$ Fuß und $d = 3$ Fuß gegeben sind. Es ist ferner der Umfang der einen Grundfläche von dem der andern $A = 8$ Fuß entfernt. Hieraus soll die eine Diagonale des Achsenschnittes dieses gegebenen Kegels berechnet werden.

Aufl. Diagonale $= \sqrt{A^2 + Dd} = 10$ Fuß.

489. Aufg. Der körperliche Inhalt eines abgekürzten Kegels mit durchgängig gleicher Böschung beträgt $K = 27{,}227$ Kubikfuß. Die eine seiner Grundflächen hat $d = 1$ Fuß im Diameter und verhält sich zur andern Grundfläche wie 1 zu 9. Man bestimme hiernach den Perimeter des Achsenschnittes dieses gegebenen Kegels.

Aufl. Perimeter $= 4d + 2\sqrt{\left(\frac{12K}{13d^2\pi}\right)^2 + d^2}$
$= 20{,}12$ Fuß.

d. Gewichts-Berechnungen bei abgekürzten Kegeln.

(Vergleiche A.)

490. Aufg. Ein Gefäß, welches die Form eines abgekürzten Kegels hat, ist mit einer Flüssigkeit, von welcher jeder Kubikfuß 45 ℔ wiegt, bis an den obern Rand gefüllt. Die Bodenfläche des Gefäßes hält 28 □ Fuß und die Oberfläche der Flüssigkeit 7 □ Fuß. Wie viel Pfund wiegt diese Flüssigkeit, wenn deren Tiefe im Gefäße 4 Fuß beträgt?

Aufl. Gewicht = 2940 ℔.

491. Aufg. Ein Blumentopf, welcher die Form eines abgekürzten Kegels hat und $6\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll inwendig tief ist, wiegt leer 2 ℔. Nun wird derselbe ganz mit Erde gefüllt; wie schwer ist er jetzt, wenn er unten $\frac{1}{2}$ und oben $\frac{3}{4}$ Fuß im Lichten weit ist, das spezif. Gewicht der Erde 1,5 und das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 44,3 ℔ beträgt?

Aufl. Gewicht = 13,19 ℔.

492. Aufg. Ein Kübel, welcher leer 6 ℔ wiegt, hat die Form eines abgekürzten Kegels, der unten 5 und oben 7 Decimalzoll weit ist. Wie schwer ist der Kübel dann, wenn er 12 Decimalzoll hoch mit Wasser, von welchem jeder Kubikfuß 45 ℔ wiegt, gefüllt ist?

Aufl. Gewicht = 21 ℔ 13 *Lth.*

493. Aufg. Ein bayer. Schäffelmaß hat die Form eines abgekürzten Kegels, der unten 2 Fuß 10 Zoll, oben 2 Fuß 5 Zoll weit und 1 Fuß 7 Zoll (Duodecimalmaß) tief ist. Wie schwer ist nun ein Schäffel Weizen, wenn das spezif. Gewicht des Weizens 1,1 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt, da überdieß die Zwischenräume den dritten Theil des ganzen Volumens ausmachen?

Aufl. Gewicht = 278,96 ℔.

e. Gemischte Aufgaben.

494. Aufg. Einen durch seine Dimensionen (**R** = 4, **r** = 3 und **H** = 10 Fuß) gegebenen abgekürzten Kegel mit senkrechter Achse durch einen zu den Basen parallelen Schnitt zu halbiren, d. i.

den Halbmesser der Schnittfläche und die Achsen der beiden Hälften von dem gegebenen Kegel zu bestimmen.

Aufl. Halbmesser $= \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}} = 3{,}57$ Fuß,

kürzere Achse $= \frac{H}{R - r}\left(R - \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}}\right) = 4{,}3$ Fuß,

längere Achse $= \frac{H}{R - r}\left(-r + \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}}\right) = 5{,}7$ Fuß.

495. Aufg. Jeder abgekürzte Kegel besteht aus einem Cylinder und einem conoidischen Körper. Man bestimme letztern von jenem abgekürzten Kegel, bei welchem der Durchmesser der einen Grundfläche $D = 5$ und der Durchmesser von der andern Grundfläche $d = 4$ Fuß messen, wenn die Höhe desselben $H = 6$ Fuß beträgt.

Aufl. Conoid. $= \frac{H\pi}{3}(R^2 + Rr - 2r^2) = 20{,}42$ Kubikfuß.

496. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel ist der Durchmesser der obern Grundfläche halb so groß als der von der untern und doppelt so groß als die senkrechte Achse des gegebenen Kegels. Man suche den Winkel des Sektors, zu welchem die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche gehört.

Aufl. Winkel $= 254^0\,33'\,21''\,36'''$ (Sexagesimal.)

497. Aufg. Eine zinnerne Kanne ist am Boden 5 und am Deckel 4 Decimalzoll im Lichten weit. Wie viele Maß Bier (à 43 Decimalkubikzoll) faßt sie, wenn sie 15 Decimalzoll hoch und in der Form eines abgekürzten Kegels construirt ist?

Aufl. 5,57 Maß.

498. Aufg. Von einem Trapeze mißt die eine Parallele $R = 3$ und die andere $r = 2$ Meter, dann die eine von den übrigen zwei Seiten, welche zugleich den Abstand der gegebenen Parallelseiten vorstellt, $H = 4$ Meter. Dieses Viereck bewegt sich um die gegebene unbeweglich gedachte Nichtparallele herum, bis es seine anfängliche Lage erlangt. Man bestimme nun: a) welchen körperlichen Inhalt

das gegebene Trapez hiebei beschreibt; b) welche Fläche die andere Nichtparallele und c) jede Parallele selbst beschreiben?

Aufl. a) $K = \frac{H\pi}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = 79{,}6$ Kubikmeter.

b) $M = \pi(R + r)\sqrt{H^2 + (R - r)^2} = 64{,}76$ □ Meter.

c) $R^2\pi = 28{,}27$ □ Meter und

$r^2\pi = 12{,}57$ □ Meter.

499. Aufg. Ein Eichstamm von der Form eines abgekürzten Kegels hat am dickern Ende $2R = 5$ und am dünnern $2r = 3\frac{1}{2}$ Fuß im Durchmesser. Welches Gewicht wird er haben, wenn die beiden Grundflächen $H = 21$ Fuß von einander abstehen, da das spezif. Gewicht des Eichenholzes 1,17 beträgt? — Man berechne hiebei den Kubikinhalt des gegebenen Körpers dadurch, daß dieser betrachtet wird: a) als abgekürzter Kegel; b) als Cylinder, dessen Grundfläche das arithmetische Mittel aus beiden Kreisflächen ist; c) als Cylinder, dessen Grundfläche das geometrische Mittel aus beiden Kreisen ist, und d) als Cylinder, dessen Grundfläche zum Durchmesser das arithmetische Mittel aus den Durchmessern der beiden gegebenen Kreisflächen hat. Das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser betrage 44,3 ℔.

Aufl. a) Gewicht $= \frac{H\pi}{3}(R^2 + r^2 + Rr) \cdot 1{,}17 \cdot 44{,}3$

$= 15601{,}36$ ℔;

b) Gewicht $= \frac{H\pi}{2}(R^2 + r^2) \cdot 1{,}17 \cdot 44{,}3$

$= 15921{,}94$ ℔;

c) Gewicht $= Rr\pi H \cdot 1{,}17 \cdot 44{,}3$

$= 14960{,}21$ ℔;

d) Gewicht $= \left(\frac{R + r}{2}\right)^2 \pi H \cdot 1{,}17 \cdot 44{,}3$

$= 15441{,}04$ ℔.

500. Aufg. Ein kegelförmiger Baumstamm wurde senkrecht auf die Achse zweimal abgesägt. Es soll aus dem Mittelstücke die möglichst größte Walze verfertigt werden. Wie viel beträgt der Abfall, wenn die größte Dicke des erhaltenen Mittelstückes $D = 3\frac{1}{2}$,

die geringste d = $2\frac{3}{4}$ Fuß, und dessen Achse H = $21\frac{1}{3}$ Fuß messen?

Aufl. Abfall = $\frac{H\pi}{12}(D^2 + Dd - 2d^2)$

= 37,699 Kubikfuß.

501. Aufg. Ein abgekürzter Kegel, welcher oben d = 3 und unten D = 7 Fuß dick ist, wird als Cylinder berechnet, wobei der mittlere Durchmesser zu Grunde gelegt wird. Um wie viel wird das dadurch sich ergebende Resultat von dem wahren Inhalte abweichen, wenn die Länge der senkrechten Achse H = 9 Fuß beträgt?

Aufl. Ist um $\frac{H\pi}{48}(D - d)^2$ = 9,425 Kubikfuß zu klein.

502. Aufg. Der ungeheure Feigenbaum zu Penang an der Meerenge von Malacca hat in einer Höhe von 6 Fuß über dem Boden 33 und in einer Höhe von 110 Fuß, in welcher die ersten Zweige entspringen, 27 Fuß im Umfange. Wie viele bayer. Klafter Holz, jede zu 95 Kubikfuß gerechnet, würde dieser Baumstamm, insoferne er kegelförmig gewachsen und massiv ist, abwerfen?

Aufl. $78\frac{2}{3}$ bayer. Klafter.

503. Aufg. Ein Cylinder von gleich dichter Masse soll von dessen einen Basis aus so ausgebohrt werden, daß die Höhlung einem abgekürzten Kegel gleich wird. Wie lang müssen die Diameter von den Grundflächen dieses Kegels sein, wenn sie sich zu einander verhalten wie 3 zu 5, wenn ferner Kegel und Cylinder gleiche Höhen haben, und der Cylinder drei Achttheile an seinem Gewichte verlieren soll, da der Durchmesser von der Grundfläche des gegebenen Cylinders D = 10 Zoll mißt?

Aufl. Größte Bohrweite = 0,758 D = 7,58 Zoll;
kleinste Bohrweite = 0,455 D = 4,55 Zoll.

504. Aufg. Ein konischer Baumstamm ist an dem einen Ende d = 2 und an dem andern D = $4\frac{1}{2}$ Fuß dick. a) Welcher Kubikinhalt berechnet sich, wenn man den mittlern Durchmesser zu Grunde legt, da der Abstand der beiden gegebenen Diameter von einander H = 45 Fuß beträgt. b) Um wie viel weicht ferner der

so berechnete Kubikinhalt von dem wahren körperlichen Inhalte des Baumes ab?

Aufl. a) $K_1 = \frac{H\pi}{16}(D + d)^2 = 373{,}3$ Kubikfuß;

b) Unterschied $= \frac{H\pi}{48}(D - d)^2 = 18{,}4$ Kubikfuß.

505. Aufg. Wie viele bayer. Maß (à 43 Decimalkubikzoll) faßt eine Pfanne, welche unten oder am Boden 8 und oben 14 Duodecimalzoll im Lichten weit ist, wenn die Seitenwand, inwendig gemessen, allenthalben 5 Duodecimalzoll Breite hat und die Pfanne selbst einem abgekürzten Kegel gleichkommt?

Aufl. $5\frac{1}{4}$ Maß beinahe.

506. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel mit senkrechter Achse mißt der Radius von der kleinern Grundfläche $r = 1\frac{1}{2}$ Fuß und der Radius von der größern Grundfläche $R = 5$ Fuß. Man soll durch eine zu den Grundflächen parallele Ebene an dem dickern Ende ein Stück abschneiden, welches dem $m = 5^{ten}$ Theile des gegebenen abgekürzten Kegels gleich ist. Wie groß ist der Halbmesser der Schnittfläche?

Aufl. Halbmesser $= \sqrt[3]{\frac{(m-1)R^3 + r^3}{m}} = 4{,}65$ Fuß.

507. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel ist der Halbmesser der kleinern Grundfläche $r = 2$ Fuß, der Halbmesser der größern Grundfläche $R = 9$ Fuß und die auf den Basen senkrechte Achse $H = 15$ Fuß lang. Man schneide durch zu den Grundflächen parallele Ebenen an dem dünnern Ende des gegebenen Kegels den 10^{ten} und an dem dickern Ende den 8^{ten} Theil des gegebenen Kegels hinweg. Wie lang wird sodann die Achse des auf zweifache Art verkürzten Kegels sein?

Aufl. Länge der Achse $= 15 - 4{,}95 - 0{,}836$
$= 9{,}214$ Fuß.

508. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel mit senkrechter Achse mißt der Radius der kleinern Grundfläche $r = 8$ Zoll, der Radius der größern Grundfläche $R = 20$ Zoll und die Achse $H = 40$ Zoll. Man soll an dem dünnern Ende durch eine zu den

Grundflächen parallele Ebene ein Stück hinwegschneiden, welches $p = 125\frac{2}{3}$ Kubikzoll zum Inhalte hat. Um wie viel Zoll (Decimalmaß) wird die gegebene Achse auf diese Weise verkürzt?

Aufl. Um $\frac{H}{R-r}\left(-r+\sqrt[3]{r^3+\frac{3p(R-r)}{H\pi}}\right) = 0{,}61$ Zoll.

509. Aufg. Von einem abgekürzten Kegel betragen die Durchmesser der Grundflächen $D = 1\frac{1}{2}$ Fuß und $d = \frac{3}{4}$ Fuß; die Höhe dieses Kegels mißt $H = 3$ Fuß. Man denke sich nun über einer jeden von den gegebenen Grundflächen Kegel von derselben Höhe $H = 3$ Fuß beschrieben, und bestimme den Unterschied zwischen dem körperlichen Inhalte des gegebenen abgekürzten und der Summe der über den Grundflächen beschriebenen ganzen Kegeln.

Aufl. Unterschied $= \frac{Dd \cdot H\pi}{12} = 0{,}8836$ Kubikfuß.

6. Aufgaben über die Kugel.

Es bezeichne K den körperlichen Inhalt,
S die Oberfläche und
$D = 2R$ den Durchmesser einer Kugel,

so gelten als Hauptformeln:

$$K = \tfrac{4}{3}R^3\pi = \tfrac{1}{6}D^3\pi$$
$$S = 4R^2\pi = D^2\pi$$
$$D = 2R = \sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}} = \sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

a. Berechnung des körperlichen Inhaltes.

α. Der Kugel selbst.

510. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat eine Kugel, deren Durchmesser $D = 2$ Fuß mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{6}D^3\pi = 4{,}189$ Kubikfuß.

511. Aufg. Aus dem Halbmesser ($R = 1\frac{1}{2}$ Fuß) einer Kugel deren körperlichen Inhalt zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{4}{3}R^3\pi = 14{,}137$ Kubikfuß.

512. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat eine Halbkugel, wenn deren Halbmesser $R = 1\frac{1}{8}$ Fuß mißt?

Aufl. $\frac{1}{2}K = \frac{2}{3}R^3\pi = 2{,}98$ Kubikfuß.

513. Aufg. Aus der Oberfläche ($S = 50{,}2656$ □ Fuß) einer Kugel deren körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Aufl. $K = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 33{,}51$ Kubikfuß.

514. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat ein Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein Halbkreis um seinen fixen Diameter ($D = 7$ Zoll) eine volle Rotation gemacht hat?

Aufl. $K = \frac{1}{6}D^3\pi = 179{,}595$ Kubikzoll.

515. Aufg. Welchen Inhalt hat ein Körper, der dadurch entstanden ist, daß der Quadrant eines Kreises um die eine als unbeweglich gedachte gerade Grenzlinie ($R = 5$ Zoll) eine Drehung von 360 Sexagesimalgraden im Winkel gemacht hat?

Aufl. $\frac{1}{2}K = \frac{2}{3}R^3\pi = 261{,}8$ Kubikzoll.

516. Aufg. Welchen Kubikinhalt hat ein Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein Viertelskreis um die eine als unbeweglich gedachte gerade Grenzlinie ($R = 1$ Fuß) eine Drehung von 180 Sexagesimalgraden im Winkel gemacht hat?

Aufl. $\frac{1}{4}K = \frac{1}{3}R^3\pi = 1{,}047$ Kubikfuß.

β. Eines keilförmigen Kugelausschnittes.

517. Aufg. Wie viel beträgt der körperliche Inhalt eines keilförmigen Kugelausschnittes, wenn der Halbmesser der Kugel $R = 2\frac{1}{4}$ Fuß und der Winkel des gegebenen Ausschnittes $n = 66$ Sexagesimalgrade hat?

Aufl. $K_1 = \frac{n}{360} \cdot \frac{4}{3}R^3\pi = 8{,}747$ Kubikfuß.

518. Aufg. Wie viel körperlicher Raum befindet sich zwischen zwei Halbmeridianebenen unserer Erde, von welchen die eine Meridianebene 35 und die andere 89 Grad östlicher Länge hat, wenn der Durchmesser der Erde zu 1720 geogr. Meilen angenommen und die Erde selbst als mathematische Kugel betrachtet wird?

Aufl. $K_1 = 399645930$ Kubikmeilen.

519. Aufg. Welcher körperlicher Raum befindet sich zwischen jenen zwei Halbmeridianebenen der Erde, von denen die eine durch den 6ten und die andere durch den 50sten Grad östlicher Länge geht, wenn der Halbmesser der Erde 860 geogr. Meilen mißt, und die Erde selbst als mathematische Kugel betrachtet wird?

Aufl. $K_1 = 325637450$ Kubikmeilen.

520. Aufg. Wie viele Kubikmeilen würde der Raum in voriger Aufgabe dann betragen, wenn die Erdkugel concentrisch kugelförmig ausgehöhlt wäre, und der Halbmesser der Aushöhlung dem fünften Theile des Erdhalbmessers gleich wäre?

Aufl. $K_1 = 323032300$ Kubikmeilen nahezu.

521. Aufg. Eine Kugel hält 33 Kubikzoll 510 Kubiklinien im Decimalmaße. Wie viel trifft hievon auf einen keilförmigen Ausschnitt dieser Kugel, bei welchem der Neigungswinkel beider Halbkreise 75 Sexagesimalgrade mißt?

Aufl. $K_1 = 6{,}981$ Kubiklinien.

522. Aufg. Der Durchmesser einer Kugel ist $D = 10$ Fuß lang, und der körperliche Inhalt eines keilförmigen Ausschnittes dieser Kugel beträgt $K_1 = 78{,}54$ Kubikfuß. Wie viele Sexagesimalgrade (n) hält der dem gegebenen keilförmigen Ausschnitte zugehörige Neigungswinkel?

Aufl. $n = 54$ Grade.

523. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Kugel beträgt $K = 14$ Kubikfuß 137 Kubikzoll 200 Kubiklinien (Decimalmaß). Derselbe wird durch einen keilförmigen Kugelausschnitt um $K_1 = 589\frac{1}{10}$ Decimalkubikzoll vermindert. Wie groß ist der Neigungswinkel (n) dieses keilförmigen Kugelausschnittes?

Aufl. $n = \frac{360 K_1}{K} = 15$ Sexagesimalgrade.

γ. Eines Kugelsegmentes.

524. Aufg. Eine Kugel von $K = 523\frac{1}{2}$ Kubikfuß Inhalt wird durch eine Ebene in zwei ungleiche Kugelabschnitte zerlegt. Welchen körperlichen Inhalt (K_1) hat das kleinere von diesen

Kugelsegmenten, wenn sich die Höhen beider Segmente zu einander verhalten wie 1 zu 5 (= n)?

Aufl. $K_1 = \frac{3n+1}{(n+1)^3} \cdot K = 38\frac{7}{9}$ Kubikfuß.

525. Aufg. Welchen Kubikinhalt (K_1) hat ein Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein Kreisabschnitt, dessen Bogen dem vierten Theile von der zugehörigen ganzen Peripherie gleich ist, um seinen unbeweglich gedachten Pfeil eine vollständige Rotation gemacht hat? Die Sehne des gegebenen Kreissegmentes mißt $a = 12$ Fuß und dessen Pfeil $h = 1$ Fuß.

Aufl. $K_1 = \frac{\pi h}{2}\left(\frac{a^2}{4} + \frac{h^2}{3}\right)$
$= 57{,}072$ Kubikfuß.

526. Aufg. Der Durchmesser (D = 6 Fuß in der Länge) einer Kugel wird in vier gleiche Theile getheilt, und sodann durch den ersten Theilungspunkt eine auf den Durchmesser senkrechte Ebene gelegt. In welche zwei Abschnitte wird dadurch die ganze Kugel getheilt?

Aufl. Kleineres Segment $= \frac{5}{192} D^3 \pi$
$= 17{,}6715$ Kubikfuß;
Größeres Segment $= \frac{9}{64} D^3 \pi$
$= 95{,}4261$ Kubikfuß.

527. Aufg. Ein Waschbecken ist im Lichten $d = 1\frac{3}{4}$ Fuß weit und gehört als Abschnitt einer Kugel von $D = 6\frac{1}{4}$ Fuß im Durchmesser an. Wie viele Maß, jede zu 43 Decimalkubikzoll gerechnet, faßt dieses Becken?

Aufl. $(2D^3 - (2D^2 + d^2)\sqrt{D^2 - d^2}) \times 3{,}044$
$= 3{,}52$ Maß.

528. Aufg. Eine concentrisch hohle (eiserne) Kugel von 8 Decimalzoll im äußern Durchmesser wird durch eine Ebene in zwei ungleiche Theile zerlegt. Wie viel körperlichen Inhalt hat ein jeder von diesen Abschnitten, wenn die Eisenstärke der Hohlkugel $1\frac{1}{2}$ Decimalzoll beträgt, und durch den gemachten Schnitt der hierauf

senkrechte Durchmesser der Kugel in zwei Theile getheilt wird, welche sich zu einander verhalten wie $2\frac{1}{3}$ zu 4?

Aufl. Kleines Hohlsegment = 69,07 Kubikzoll,
Großes Hohlsegment = 133,56 Kubikzoll.

δ. Eines Kugelsektors und einer Kugelzone.

529. Aufg. Welchen Inhalt (K_1) hat ein Körper, welcher dadurch entstanden ist, daß ein Kreisoctant um die eine als unbeweglich gedachte gerade Grenzlinie, welche R = 8 Zoll lang ist, eine volle Umdrehung von 360 Graden im Winkel gemacht hat?

Aufl. $K_1 = \frac{1}{3} R^3 \pi (1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}) = 157{,}043$ Kubikzoll.

530. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K_1) und welche Oberfläche (S_1) hat jener Körper, welcher entsteht, wenn die Fläche eines Kreisoctanten um den einen R = 2 Zoll langen Halbmesser gedreht wird, bis sie wieder in ihre anfängliche Lage gekommen ist?

Aufl. $K_1 = \frac{2}{3} R^3 \pi (1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}) = 4{,}9$ Kubikzoll;

$S_1 = R^2 \pi (2 - \frac{1}{2} \sqrt{2}) = 16{,}25$ □ Zoll.

531. Aufg. Man denke sich die Achse einer Kugel in 5 gleiche Theile zerlegt, durch den ersten und dritten Theilungspunkt parallele Ebenen gelegt, und bestimme sodann jenen Theil der Kugel, welcher sich zwischen diesen Parallelebenen befindet, wenn die Länge des Kugeldurchmessers 3 Meter beträgt.

Aufl. Kugelzone = 7,69 Kubikmeter.

532. Aufg. Bei einer künstlichen Erdkugel, deren Durchmesser 18 Duodecimalzoll beträgt, ist die Ebene des Wendekreises von der Aequatorsebene $3\frac{3}{5}$ Zoll entfernt. Man berechne den körperlichen Raum, welcher sich zwischen den beiden Wendekreisen dieses Erdglobus befindet.

Aufl. Kugelzone = 1734,465 Kubikzoll.

533. Aufg. Welcher körperliche Raum befindet sich zwischen einem größten Kugelkreise und jenem zugehörigen Parallelkreise,

welcher halb so groß als der größte Kugelkreis ist, wenn der Durchmesser der Kugel D = 3 Fuß mißt?

Aufl. Kugelzone $= \frac{5}{96} D^3 \pi \sqrt{2}$
$= 6{,}248$ Kubikfuß.

b. Berechnung der Oberfläche und einiger andern Flächen von einer Kugel.

534. Aufg. Der größte Kreis einer Kugel hält $s = 7\frac{1}{2}$ □ Fuß. Wie groß ist die Oberfläche dieser Kugel?

Aufl. $S = 4s = 30$ □ Fuß.

535. Aufg. Welche Oberfläche hat eine Kugel, deren Halbmesser $R = 2\frac{1}{2}$ Fuß mißt?

Aufl. $S = 4R^2\pi = 78{,}54$ □ Fuß.

536. Aufg. Aus dem Diameter $D = 1\frac{1}{4}$ Meter einer Kugel deren Oberfläche zu berechnen.

Aufl. $S = D^2\pi = 4{,}91$ □ Meter.

537. Aufg. Welche Oberfläche hat eine Kugel, deren körperlicher Inhalt K = 65,45 Kubikzoll hält?

Aufl. $S = \sqrt[3]{(6K)^2\pi} = 78{,}54$ □ Zoll.

538. Aufg. Zwei Kugeln, deren Halbmesser R = 4 und r = 3 Fuß messen, werden in eine einzige Kugel verwandelt. Welche Oberfläche hat diese?

Aufl. $S = 4\pi \sqrt[3]{(R^3 + r^3)^2} = 254{,}236$ □ Fuß.

539. Aufg. Aus der gegebenen Oberfläche ($S = 18\frac{1}{2}$ □ Fuß) einer Kugel die Fläche (s) eines größten Kugelkreises zu bestimmen.

Aufl. $s = \frac{1}{4}S = 4\frac{5}{8}$ □ Fuß.

540. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Halbkugel beträgt 2094,8 Kubikdecimeter. Man bestimme hieraus die Ebene, durch deren Umdrehung um eine ihrer Grenzlinien die Halbkugel als entstanden gedacht werden kann.

Aufl. Erzeugende Ebene = 78,54 □ Decimeter.

541. Aufg. Eine Kugel, welche $K = 65\frac{9}{20}$ Kubikzoll zum Inhalte hat, wird $a = 1\frac{1}{2}$ Zoll vom Centrum entfernt durch eine Ebene geschnitten. Wie groß ist die Schnittfläche (s)?

Aufl. $$s = \left(\sqrt[3]{\left(\frac{3K}{4\pi}\right)^2} - a^2\right) \cdot \pi$$

$$= 12{,}5664 \,\square\, \text{Zoll.}$$

542. Aufg. Eine Kugel, deren Diameter $D = 2$ Fuß mißt, wird $a = 2$ Duodecimalzoll vom Centrum entfernt durch eine Ebene geschnitten. Wie groß ist die Schnittfläche (s)?

Aufl. $s = \frac{1}{4}\pi\,(D^2 - 4a^2) = 439{,}82 \,\square$ Zoll.

543. Aufg. Eine Kugel, deren körperlicher Inhalt $K = 3$ Kubikfuß beträgt, wird $a = 4$ Zoll (Duodecimalmaß) vom Mittelpunkte entfernt durch eine Ebene geschnitten. Wie groß ist die Ebene (s) des Schnittes?

Aufl. $$s = \pi\left(\sqrt[3]{\left(\frac{3K}{4\pi}\right)^2} - a^2\right)$$

$$= 2{,}1657 \,\square\, \text{Fuß.}$$

544. Aufg. Wie viele Quadratmeilen begreift auf der Erde eine kalte Zone in sich, wenn der Abstand des Poles von der Ebene des gleichnamigen Polarkreises $h = 71{,}33$ und von der Ebene des Aequators $R = 860$ geogr. Meilen beträgt, die Erde hiebei als Kugel betrachtet und $\pi = 3{,}1416$ genommen wird?

Aufl. Zone $= 2R\pi h = 385435{,}36 \,\square$ Meilen.

545. Aufg. Wie viele Quadratmeilen begreift auf der Erde die eine gemäßigte Zone in sich, wenn z. B. der Abstand des nördlichen Wendekreises von dem gleichnamigen Polarkreise $h = 445{,}65$ Meilen beträgt, der Erddurchmesser $D = 1719{,}68$ Meilen mißt, die Ludolphine $\pi = 3{,}1416$ genommen und die Erde als Kugel betrachtet wird?

Aufl. Zone $= D\pi h = 2407644{,}93 \,\square$ Meilen.

546. Aufg. Man theile den Diameter einer Kugel in 5 gleiche Theile, lege durch den ersten und dritten Theilungspunkt Parallel-Ebenen, und bestimme sodann die Theile, in welche die Oberfläche

der gegebenen Kugel zerlegt wird, wenn deren Diameter $D = 10$ Meter mißt.

Aufl. $s_1 = D\pi h = 62{,}832$ □ Meter;
$s_2 = s_3 = 2D\pi h = 125{,}664$ □ Meter.

c. Berechnung des Kugeldurchmessers.

547. Aufg. Aus dem körperlichen Inhalte $K = 14{,}14$ Kubikfuß einer Kugel deren Durchmesser zu berechnen.

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}} = 3$ Fuß.

548. Aufg. Welchen Durchmesser hat eine Kugel, deren körperlicher Inhalt $K = 65\frac{9}{20}$ Kubikzoll beträgt?

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}} = 5$ Zoll.

549. Aufg. Welchen Halbmesser (R) hat eine Kugel, deren körperlicher Inhalt $K = 4188{,}8$ Kubikzoll beträgt?

Aufl. $R = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}} = 10$ Zoll.

550. Aufg. Welche Kugel ist dem Volumen nach ebenso groß als ein Würfel, dessen Kante $a = 6\frac{1}{2}$ Zoll mißt?

Aufl. Deren Diameter $= a\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} = 8{,}065$ Zoll.

551. Aufg. Aus der Oberfläche ($S = 28$ □ Zoll 27 □ Linien) einer Kugel deren Durchmesser zu berechnen.

Aufl. $D = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 3$ Zoll.

552. Aufg. Eine Kugel hat $K = 16$ Kubikzoll zum Inhalte. Welchen Durchmesser wird eine andere Kugel von viermal so großem körperlichen Inhalte haben?

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{24K}{\pi}} = 4{,}96$ Zoll.

553. Aufg. Welches kugelförmige Gefäß faßt genau ein bayer. Schäffel, da dieses 8 Kubikfuß 944 Decimalkubikzoll hält?

Aufl. Dessen Diameter = 2,575 Fuß.

554. Aufg. Ein sogenannter Kirchthurmknopf hat die Form einer Kugel und hält genau einen bayer. Eimer oder 60 Maß, von welchen jede 43 Decimalkubikzoll beträgt. Welchen Diameter hat nun dieser Knopf?

Aufl. D = 17,016 Decimalzoll, oder
D = 20,42 Duodecimalzoll.

555. Aufg. Welche Weite im Lichten muß ein halbkugelförmiger Kessel bekommen, wenn er $48\frac{2}{3}$ bayer. Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll gerechnet) fassen soll?

Aufl. D = 2 Fuß nahezu.

556. Aufg. Welchen Durchmesser hat eine Bleikugel, wenn deren 30 auf ein bayer. Pfund gehen, das spezif. Gewicht des Bleies 11,3 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. D = $7\frac{1}{4}$ Duodecimallinien beinahe.

557. Aufg. Wie viel beträgt das Kaliber eines Musketenlaufes, in welchen Bleikugeln passen, deren 18 auf ein bayer. Pfund gehen, wenn das spezif. Gewicht des Bleies 11,3 ist, der Spielraum jeder Kugel 0,46 Duodecimallinien ausmacht und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Kaliber = D = 9,04 Duodecimallinien.

558. Aufg. Wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, welche dem körperlichen Inhalte nach zwei andern Kugeln, deren Durchmesser $D_1 = 9$ Zoll und $D_2 = 10$ Zoll betragen, gleich ist?

Aufl. $D = \sqrt[3]{D_1^3 + D_2^3} = 12$ Zoll nahezu.

559. Aufg. Für das Poliren der Oberfläche von drei kupfernen Kugeln beträgt der Arbeitslohn 7 fl. 11 kr. $7\frac{1}{2}$ hl., indem für jeden □ Zoll Fläche $\frac{1}{2}$ kr. bezahlt werden mußte. Wie groß waren die Diameter der drei Kugeln, wenn der Diameter der zwei-

ten Kugel um 4 Zoll und der Diameter der ersten Kugel um 8 Zoll länger als der von der dritten Kugel war?

Aufl. $D_1 = 13$ Zoll,
$D_2 = 9$ Zoll und
$D_3 = 5$ Zoll.

560. Aufg. Für das Vergolden von der Oberfläche zweier Kugeln beträgt die Auslage 113 fl. 53 kr., indem für jeden □ Zoll 3 kr. bezahlt werden mußten. Wie lang ist jeder Durchmesser von diesen Kugeln, wenn der eine um $1\frac{1}{2}$ Fuß länger ist, als der andere?

Aufl. $D_1 = 1$ Fuß und
$D_2 = 2\frac{1}{2}$ Fuß.

561. Aufg. Der Neigungswinkel der zwei einen keilförmigen Kugelausschnitt begrenzenden Ebenen mißt $n = 35$ Sexagesimalgrade, und der körperliche Inhalt dieses Ausschnittes beträgt $K = 22$ Kubikmeter. Wie lang ist der Halbmesser (R) der Kugel, welcher der gegebene keilförmige Ausschnitt zugehört?

Aufl. $R = \sqrt[3]{\frac{360 \,.\, 3K}{n \,.\, 4\pi}} = 3{,}78$ Meter.

562. Aufg. Wie groß ist der Durchmesser jener Kugel, die dem körperlichen Inhalte nach zwei andern Kugeln, von welchen die eine $K_1 = 1000$ Kubikfuß 100 Kubikzoll und die andere $K_2 = 150$ Kubikfuß 249 Kubikzoll (Decimalmaß) zum Inhalte haben, gleich ist?

Aufl. $D = \sqrt[3]{\frac{6(K_1 + K_2)}{\pi}} = 13$ Fuß.

563. Aufg. Welchen Diameter hat eine Kugel die dem Volumen nach so groß ist, als zwei andere Kugeln, deren Durchmesser ($D_1 = 7$ Zoll und $D_2 = 5$ Zoll) gegeben sind?

Aufl. $D = \sqrt[3]{D_1^3 + D_2^3} = 7{,}76$ Zoll.

564. Aufg. Welchen Durchmesser hat eine eiserne Kugel, die so schwer ist als eine $12\frac{3}{8}$ und eine $8\frac{1}{2}$ pfündige Kugel von demselben Metalle, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. $D = \frac{1}{2}$ Fuß.

d. Gewichtsberechnung bei Kugeln.

(Vergleiche A.)

565. Aufg. Wie schwer ist eine eiserne Kugel von einem Fuß (bayer.) im Durchmesser, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 ist, und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 167,007 ℔.

566. Aufg. Wie schwer ist eine Kegelkugel von 7 Duodecimalzoll im Durchmesser, wenn das spezif. Gewicht des Holzes 1,3 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 5,985 ℔.

567. Aufg. Welches Gewicht hat eine marmorne Halbkugel, wenn ihr Halbmesser $4\frac{1}{2}$ Decimalzoll mißt, das spezif. Gewicht des Marmors 2,65 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 22,405 ℔.

568. Aufg. Wie viele Kugeln lassen sich aus 10 ℔ Blei gießen, wenn jede Kugel $\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll im Durchmesser haben soll, beim Schmelzen und Gießen kein Verlust in Rechnung kommt, das spezif. Gewicht des Bleies 11,3 ist, und der Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Anzahl der Kugeln = 527,4.

569. Aufg. Wie viele Kugeln lassen sich aus 8 ℔ Blei gießen, wenn jede Kugel 8 Duodecimallinien im Durchmesser haben soll, wenn 8 Procent Verlust beim Schmelzen und Gießen in Rechnung kommen, das spezif. Gewicht des Bleies 11 beträgt und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Anzahl der Kugeln = 168,2.

570. Aufg. Wie viele Bleikugeln, bezogen auf ein bayer. Pfund, schießt ein alter Stutzen, dessen Kaliber 6 Decimallinien beträgt, wenn das spezif. Gewicht des Bleies 11,3 ist und der Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Anzahl der Kugeln = 17,66.

571. Aufg. Wie viele (kugelförmige) Tropfen Wassers, jeden zu $1\frac{1}{2}$ Duodecimallinien im Durchmesser, sind zu einer bayer. Maß, deren Volumen 43 Decimalkubikzoll beträgt, annähernd erforderlich?

Aufl. Anzahl der Tropfen = 42047.

572. Aufg. Wie viele Tropfen, von denen jeder eine Decimallinie im Durchmesser hat, enthält eine Unze (2 Lth.) Oel, dessen spezif. Gewicht 0,915 ist, wenn ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Anzahl der Tropfen = 2944,8.

573. Aufg. Wie viele Schrot, jedes zu 1 Duodecimallinie im Durchmesser, erhält man aus einem bayer. Centner Blei, dessen spezif. Gewicht 11 beträgt, wenn der Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt und kein Verlust in Abzug zu bringen ist?

Aufl. Anzahl der Schrote = 1170285.

574. Aufg. Der Durchmesser einer concentrisch-hohlen eisernen Kugel mißt D = 8 Zoll, die Eisenstärke beträgt e = $1\frac{1}{2}$ Zoll (Duodecimalmaß) und das spezif. Gewicht des Eisens ist 7,2. Wie schwer ist diese Kugel, da ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht $= \frac{\pi}{6}(D^3 - [D - 2e]^3) . 7{,}2 \times 44{,}3$

$= 22$ ℔ 29 Lth. $3\frac{3}{4}$ Quint.

575. Aufg. Ein Kessel, welcher $2\frac{1}{2}$ Fuß weit ist, hat die Form einer Halbkugel und wiegt leer $10\frac{1}{2}$ ℔. Er wird nun mit Wasser bis an den Rand angefüllt, von welchem der Kubikfuß 44,3 ℔ wiegt. Wie schwer ist der so gefüllte Kessel, wenn der Rand horizontal liegt?

Aufl. Gewicht = 191,7 ℔.

576. Aufg. Eine mit Wasser gefüllte Halbkugel wiegt nach der vorhergehenden Aufgabe 191,7 ℔. Nun wird eine eiserne Kugel von einem Fuß im Durchmesser darein gelegt, welche, da das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 beträgt, sogleich zu Boden sinkt. Wie schwer wiegt das Ganze, nachdem das durch die eiserne Kugel verdrängte Wasser vollständig abgelaufen ist.

Aufl. Gewicht = 335,5 ℔.

577. Aufg. Wie viel würde in der vorhergehenden Aufgabe das Ganze dann wiegen, wenn statt der eisernen Kugel von einem Fuß im Durchmesser eine eiserne Kugel von 2 Fuß im Diameter und von demselben spezif. Gewichte in das Wasser gelegt würde, nachdem das überfließende Wasser vollständig abgelaufen ist?

Aufl. Gewicht = 1400,92 ℔.

578. Aufg. Wie viele Pfund Pulver, dessen spezif. Gewicht 1,5 ist, faßt eine Bombe (Hohlkugel), welche einen Fuß im äußern Durchmesser hat, wenn die Eisenstärke einen Duodecimalzoll mißt, das Gewicht eines Kubikfußes von reinem Wasser 44,3 ℔ beträgt und die Zwischenräume im Pulver den vierten Theil der verwendbaren Pulvermasse ausmachen?

Aufl. Gewicht = 15,1 ℔.

e. Gemischte Aufgaben.

579. Aufg. Aus dem Halbmesser ($R = 1\frac{1}{2}$ Fuß) einer Kugel deren körperlichen Inhalt (K), sowie deren Oberfläche (S) zu berechnen.

Aufl. $K = 14,137$ Kubikfuß,
$S = 28,274$ □ Fuß.

580. Aufg. Vier Bleikugeln, deren Durchmesser ($D_1 = 1$ Zoll, $D_2 = 2$ Zoll, $D_3 = 3$ Zoll und $D_4 = 4$ Zoll) gegeben sind, sollen in eine Kugel umgeschmolzen werden. Welchen Durchmesser (D) und welches Gewicht wird diese Kugel haben, wenn das spezif. Gewicht des Bleies 11,2 beträgt und kein Abgang beim Umschmelzen in Rechnung zu bringen ist?

Aufl. $D = \sqrt[3]{D_1^3 + D_2^3 + D_3^3 + D_4^3} = 4,64$ Zoll;
Gewicht = 25,98 ℔.

581. Aufg. Ein Halbkreis dreht sich um seinen unbeweglichen Diameter, jedoch nur so weit, bis er mit seiner anfänglichen Lage eine Neigung von $n = 16$ Centesimalgraden hat. Man bestimme sowohl den körperlichen Inhalt, als auch die Oberfläche des auf diese Weise beschriebenen Körpers, wenn die ihn erzeugende Ebene $s = 3927$ □ Zoll hat.

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{ns}{150}\sqrt{\frac{2s}{\pi}} = 20944$ Kubikzoll;

Oberfläche $= \frac{100 + ns}{50} = 9110,64$ □ Zoll.

582. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt beschreibt ein Halbkreis, und welche Fläche dessen Bogen, wenn der Halbkreis um seinen D = 4 Fuß 4 Duodecimalzoll langen unbeweglichen Durchmesser eine vollständige Rotation macht?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6} D^3 \pi = 42{,}605$ Kubikfuß,

Oberfläche $= D^2 \pi = 58{,}99$ □ Fuß.

583. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt und welche Oberfläche hat unser Mond, da er eine Kugel von p = 1470 geogr. Meilen im Umfange ist, wenn $\pi = 3{,}1416$ gesetzt wird?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{p^3}{6 \pi^2} = 53641261$ Kubikmeilen,

Oberfläche $= \frac{p^2}{\pi} = 687834$ □ Meilen.

584. Aufg. Welchen Durchmesser muß der sogenannte Knopf eines Kirchthurms bekommen, wenn er eine Kugel sein und drei bayer. Eimer oder 180 Maß (jede zu 43 Decimalkubikzoll) Flüssigkeit fassen soll?

Aufl. Durchmesser = 2 Fuß $4\frac{1}{2}$ Zoll.

585. Aufg. Die Bögen von zwei concentrischen Halbkreisen bewegen sich um den als unbeweglich gedachten Durchmesser vollständig bis zur anfänglichen Lage ringsum. Wie groß sind die Flächen (S und s), welche von diesen Bögen beschrieben werden, und wie viel beträgt der von diesen Flächen begrenzte Raum (K), wenn R = 9 Zoll und r = 6 Zoll die Radien der gegebenen concentrischen Halbkreise sind?

Aufl. $S = 4R^2\pi = 1017{,}884$ □ Zoll,

$s = 4r^2\pi = 452{,}3904$ □ Zoll,

$K = \frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3) = 2148{,}854$ Kubikzoll.

586. Aufg. Es soll aus einer hölzernen Kugel, deren Halbmesser R = $8\frac{1}{2}$ Decimalzoll mißt, ein Cylinder mit einer Basis, deren Halbmesser (r) nur um eine Decimallinie von dem Halbmesser der gegebenen Kugel übertroffen wird, gedrechselt werden. Wie viel beträgt der Abfall?

Aufl. Abfall $= \frac{4}{3} R^3\pi - 2r^2\pi\sqrt{(R+r)(R-r)}$

$= 1996{,}1$ Kubikzoll.

587. Aufg. Ein senkrechter Cylinder ist H = 30 Fuß lang und D = 16 Fuß dick. Welchen körperlichen Inhalt hat jene Kugel, in welche dieser Cylinder eingeschrieben werden kann?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{4\pi}{3}\left(\sqrt{\frac{H^2}{4}+\frac{D^2}{4}}\right)^3$

$= 20579{,}574$ Kubikfuß.

588. Aufg. In eine Kugel von D = 15 Zoll im Durchmesser ist eine andere von d = 8 Zoll excentrisch hineingebracht worden. Wie viel beträgt der zwischen den Oberflächen der beiden Kugeln befindliche körperliche Raum?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6}\pi\,(D^3 - d^3)$

$= 1499{,}067$ Kubikzoll.

589. Aufg. In einen gleichseitigen Kegel, dessen körperlicher Inhalt K = $1178\frac{1}{10}$ Kubikzoll beträgt, ist eine Kugel so eingeschrieben, daß sie ringsum den Mantel des Kegels und zugleich dessen Basis berührt. Welchen Durchmesser (D) hat diese Kugel?

Aufl. Durchmesser $= \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9K}{\pi}} = 10$ Zoll.

590. Aufg. In einen Kegel, dessen Achsenschnitt ein reguläres Dreieck gibt, ist eine Kugel eingeschrieben, so daß diese ringsum den Mantel und zugleich die Basis des Kegels berührt. Welchen körperlichen Inhalt hat der Kegel, wenn der Durchmesser der Kugel D = 8 Zoll mißt?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{3}{8}D^3\pi = 603{,}187$ Kubikzoll.

591. Aufg. In einen gleichseitigen Kegel ist eine Kugel so eingeschrieben, daß diese ringsum die Mantelfläche und zugleich die Basis des Kegels berührt. Welchen körperlichen Inhalt hat der Kegel, wenn der von der Kugel K = 24 Kubikzoll beträgt?

Aufl. Kubikinhalt $= 2\frac{1}{4}K = 54$ Kubikzoll.

592. Aufg. Ein gerader Kegel von H = 9 Zoll Höhe umgibt eine Kugel, so daß diese die Grundfläche und ringsum den Mantel des Kegels berührt. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser

Kegel, wenn seine Höhe um m = 4 Zoll länger als der Durchmesser der eingeschriebenen Kugel ist?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{H^2\pi(H-m)^2}{12m}$

$= 132{,}536$ Kubikzoll.

593. Aufg. Ein gerader Kegel ist H = 8 Fuß 1 Duodecimalzoll hoch und umgibt eine Kugel, deren Durchmesser D = 2 Fuß 2 Duodecimalzoll mißt, so daß die Kugel ringsum die Mantelfläche und auch die Grundfläche des Kegels berührt. Wie viel beträgt nun diese Mantelfläche, und in welcher Entfernung von der Spitze des Kegels wird dieselbe von der Kugel berührt?

Aufl. Mantelfläche $= \frac{HD\pi(2H-D)}{4(H-D)}$

$= 4686{,}9$ □ Zoll;

Tangente $= \sqrt{H(H-D)} = 82{,}988$ Zoll.

594. Aufg. Um eine Kugel, deren körperlicher Inhalt K = 268 Kubikzoll $83\frac{1}{5}$ Kubiklinien (Decimalmaß) beträgt, ist ein gleichseitiger Kegel so beschrieben, daß ringsum seine Mantelfläche und überdieß auch seine Grundfläche von der Kugel berührt wird. Welche Dimensionen hat dieser Kegel?

Aufl. Höhe des Kegels $= 3\sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}} = 12$ Zoll;

Diameter der Basis $= \sqrt[3]{\frac{18K\sqrt{3}}{\pi}} = 13{,}856$ Zoll.

595. Aufg. Um eine Kugel ist ein gleichseitiger Kegel so beschrieben, daß die Mantelfläche ringsum und die Basis in einem Punkte von der eingeschriebenen Kugel berührt wird. Welchen Durchmesser hat die Kugel, wenn der körperliche Inhalt des Kegels K = $147\frac{21}{80}$ Kubikfuß beträgt?

Aufl. Kugeldurchmesser $= 2\sqrt[3]{\frac{K}{3\pi}} = 5$ Fuß.

596. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kegels beträgt K = einen Kubikfuß. In denselben ist eine Kugel so eingeschrieben, daß sie die Grundfläche des Kegels und ringsum die Mantel-

fläche desselben berührt. Wie lang ist der Durchmesser der eingeschriebenen Kugel, wenn er $\frac{2}{3}$ von der senkrechten Achse des gegebenen Kegels beträgt?

Aufl. Kugeldurchmesser $= 2\sqrt[3]{\frac{K}{3\pi}} = 0{,}9468$ Fuß.

597. Aufg. In einen gleichseitigen Kegel ist eine Kugel, deren Diameter $D = 3$ Zoll mißt, so eingeschrieben, daß sie die Basis des Kegels in einem Punkte und dessen Mantel ringsum berührt. Wie groß ist die Fläche des Kreises, welcher durch einen dieser Berührungspunkte parallel zur Basis des Kegels gelegt wird?

Aufl. Kreisfläche $= \frac{3}{16} D^2 \pi$
$= 5{,}301$ □ Zoll.

598. Aufg. In einen gleichseitigen Kegel ist eine Kugel so beschrieben, daß sie die Grundfläche und ringsum die Seitenfläche des Kegels berührt. Welchen körperlichen Inhalt hat die eingeschriebene Kugel, wenn die Durchschnittsebene, welche durch einen der Berührungspunkte in der Seitenfläche zur Basis parallel gelegt ist, $s = 58{,}9$ □ Zoll hält?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{32}{9} s \sqrt{\frac{s}{3\pi}}$
$= 523{,}534$ Kubikzoll.

599. Aufg. Eine eiserne Kugel ist zur Hälfte in reines Wasser versenkt, und wiegt in diesem Zustande $44\frac{2}{3}$ ℔. Wie viel wiegt diese Kugel in der Luft, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,2 ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ schwer ist?

Aufl. Gewicht $= 48$ ℔.

600. Aufg. Bekanntlich läßt sich ein jeder Kugelsektor in ein Kugelsegment und einen Kegel, dessen Spitze mit dem Mittelpunkte der Kugel zusammenfällt, zerlegen. Wie viel beträgt die Höhe dieses Kegels dann, wenn dessen körperlicher Inhalt dem des dazu gehörigen Kugelsegmentes gleich ist? Der Halbmesser der Kugel mißt $R = 5$ Decimalzoll und ist länger als die zu suchende Höhe.

Aufl. Höhe $= \frac{R}{2}(3 - \sqrt{5}) = 1{,}91$ Decimalzoll.

601. Aufg. Ein Kugelsegment und ein Kegel ergänzen sich gegenseitig zu einem Kugelsektor, dessen körperlicher Inhalt kleiner als die Halbkugel ist, so zwar, daß der Kegel doppelt so viel Inhalt als das Kugelsegment hat. Wie viel beträgt die Höhe (H) des Kegels, wenn der Kugelhalbmesser R = 1 Fuß mißt?

Aufl. Höhe $= \frac{R}{2}(-1+\frac{1}{3}\sqrt{57}) = 0{,}758$ Fuß.

602. Aufg. Ein Kugelsegment, dessen körperlicher Inhalt den von der Halbkugel übertrifft, und ein Kegel ergänzen sich gegenseitig zu einem Kugelsektor, so daß das Kugelsegment einen m = 9mal größern körperlichen Inhalt als der Kegel hat. Wie viel beträgt die Höhe des gegebenen Kugelsegmentes, wenn der Kugelradius R = 4 Fuß mißt?

Aufl. Höhe $= \frac{R}{2}\left(3 \pm \sqrt{\frac{m-9}{m-1}}\right)$

$= 6$ Fuß.

603. Aufg. In einer hohlen Halbkugel, deren horizontaler Durchmesser D = 14 Decimalzoll mißt, liegt eine eiserne Kugel von d = 8 Decimalzoll im Durchmesser. Wie viele Maß Wasser (jede zu m = 43 Decimalkubikzoll gerechnet) lassen sich in den übrig gebliebenen freien Raum der Halbkugel gießen?

Aufl. 10,74 oder beinahe $10\frac{3}{4}$ Maß;

allgemein: Anzahl $= \frac{D^2\pi(D-d)}{8m}$.

604. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Kugel beträgt $K = 14137\frac{1}{5}$ Kubikzoll. Man suche die Höhe jenes Kugelabschnittes, welcher einem Kugelausschnitte zugehört, der dem Volumen nach dem vierten Theile der gegebenen Kugel gleich ist.

Aufl. Höhe $= \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}} = 7\frac{1}{2}$ Zoll.

605. Aufg. Der körperliche Inhalt einer Kugel beträgt K = 1767,15 Kubikzoll. Welcher Kugelsektor kommt dem Kubik-Inhalte nach dem m = 10ten Theile der gegebenen Kugel gleich?

Aufl. Kugelabschnittshöhe $= \frac{d}{m} = \frac{1}{m}\sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}}$,

d. h. die Höhe des zum Kugelsektor gehörigen Kugelabschnittes muß dem m^{ten} Theile des Kugeldiameters gleich sein; hier also diese Höhe = 1,5 Zoll sein.

606. Aufg. Es sollen 60 ℔ Kupfer, dessen spezif. Gewicht 9 beträgt, in eine Hohlkugel so verarbeitet werden, daß diese Kugel nur zur Hälfte in reinem Wasser einsinkt. Welche Dicke muß das Kupfer bei gleichförmiger Bearbeitung bekommen, wenn ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Kupferstärke = 2,347 Duodecimallinien.

607. Aufg. Es sollen 10 ℔ Kupfer, dessen spezif. Gewicht 9 beträgt, in eine Hohlkugel so verarbeitet werden, daß, wenn diese Kugel in reines Wasser gebracht wird, nur der vierte Theil vom Kugeldurchmesser unter das Niveau des Wassers zu stehen kommt. Wie viel muß demnach bei gleichförmiger Bearbeitung die Kupferstärke betragen, wenn der Kubikfuß des reinen Wassers 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Kupferstärke = 0,576 Duodecimallinien.

608. Aufg. Wie viel beträgt der körperliche Inhalt des eingetauchten Theiles einer in reinem Wasser schwimmenden Kugel, wenn ihr Durchmesser D = 8 Zoll mißt, und nur der sechste Theil von der Oberfläche der Kugel unter dem Wasserspiegel sich befindet?

Aufl. Kubikinhalt = $\frac{1}{81} D^3 \pi$ = 19,858 Kubikzoll.

609. Aufg. Wie schwer ist eine hölzerne Kugel, deren Diameter 15 Duodecimalzoll mißt, wenn sie in reinem Wasser schwimmt, und dabei der fünfte Theil ihrer Oberfläche über dem Wasserspiegel sich befindet. Das Gewicht des Kubikfußes vom reinen Wasser betrage 44,3 ℔.

Aufl. Gewicht = 40,59 ℔.

610. Aufg. Eine eiserne Hohlkugel, in reines Wasser gebracht, sinkt so tief ein, daß nur mehr ein Kugelsegment von $3\frac{1}{2}$ Duodecimalzoll Höhe über dem Wasserspiegel verbleibt. Wie schwer ist diese Kugel, wenn $\frac{6}{7}$ vom Kugeldurchmesser unter Wasser liegen, und ein Kubikfuß dieses Wassers 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Gewicht = 186,47 ℔.

611. Aufg. Man soll von einer bleiernen Kugel, deren Halbmesser R = 3 Zoll mißt, ein Segment abschneiden, und aus demselben eine andere Kugel gießen, deren Durchmesser doppelt so lang

als die Höhe des Kugelabschnittes ist. Wie lang wird dieser Durchmesser sein, wenn von jedem Abgang beim Umschmelzen Umgang genommen wird?

Aufl. Durchmesser $= \frac{6}{5}R = 3\frac{3}{5}$ Zoll.

612. Aufg. Welche Höhe hat ein gleichseitiger Kegel, welcher dem körperlichen Inhalte nach einer Kugel, deren Durchmesser $D = 20$ Zoll mißt, gleichkommt?

Aufl. Höhe $= D\sqrt[3]{1,5} = 22,89$ Zoll.

613. Aufg. Wie lang ist der Diameter einer Kugel, welche dem körperlichen Inhalte nach einem gleichseitigen Kegel, dessen Basis $D = 8$ Zoll zum Durchmesser hat, gleichkommt?

Aufl. Durchmesser $= \frac{1}{2}D\sqrt[6]{12} = 6,05$ Zoll.

614. Aufg. Wie groß ist ohne Spielraum das Kaliber einer Büchse, welche Kugeln schießt, von denen 36 auf ein bayer. Pfund gehen, wenn 11,35 das spezif. Gewicht des Bleies ist und ein Kubikfuß reines Wasser 44,3 ℔ wiegt?

Aufl. Kaliber $= 6\frac{4}{5}$ Duodecimallinien.

615. Aufg. In welchem Abstande von dem Mittelpunkte einer Kugel, deren Durchmesser $D = 6$ Fuß mißt, beträgt eine Durchschnittsebene $\frac{1}{m} = \frac{1}{2}$ von dem größten Kreise dieser Kugel?

Aufl. Abstand $= \frac{D}{2}\sqrt{\frac{m-1}{m}} = 2,1213$ Fuß.

616. Aufg. Der körperliche Inhalt einer künstlichen Erdkugel beträgt $K = 65,45$ Kubikfuß. In welcher Entfernung vom Nordpole dieses Globus ist die Ebene eines Parallelkreises dem vierten Theile von dessen Aequatorsebene gleich?

Aufl. Abstand $= \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{6K}{\pi}} = 0,335$ Fuß.

617. Aufg. Auf der Basis eines cylinderförmigen Bechers haben vier gleiche Kugeln ohne Spielraum Platz; wie groß ist eine

jede von diesen Kugeln dem Volumen nach, wenn die Weite des Bechers D = 4 Decimalzoll im Lichten beträgt?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6} D^3 \pi \, (-1 + \sqrt{2})^3$
$= 2{,}381$ Kubikzoll.

618. Aufg. In einen hohlen Cylinder paßt ohne Spielraum eine p = 30pfündige Marmorkugel; ebenso ohne Spielraum haben auf der Basis dieses Cylinders vier gleiche Kugeln, aus demselben Marmor verfertigt, Platz. Wie schwer wird eine jede von diesen Kugeln sein?

Aufl. Gewicht $= p \, (-1 + \sqrt{2})^3 = 2{,}1318$ ℔.

619. Aufg. Auf der Grundfläche eines hohlen Cylinders liegen drei sich selbst und die Mantelfläche des Cylinders zugleich berührende Kugeln von gleicher Größe. Welchen körperlichen Inhalt hat eine jede derselben, wenn der Durchmesser von der Grundfläche des Cylinders D = 14 Zoll mißt?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6} D^3 \pi \, (2\sqrt{3} - 3)^3$
$= 143{,}6$ Kubikzoll.

620. Aufg. Auf der Basis eines hohlen Cylinders liegen ohne Spielraum vier gleiche Kugeln, von welchen jede p = 1 ℔ 22 *Lth.* $2\frac{1}{3}$ Quint wiegt. Wie schwer wird eine einzige Kugel sein, welche in den nämlichen Cylinder ohne Spielraum paßt?

Aufl. Gewicht $= p \, (7 + 5\sqrt{2}) = 24$ ℔.

621. Aufg. Auf der Basis eines hohlen Cylinders liegen ohne Spielraum drei gleich große Kugeln, von welchen eine jede p = 4 ℔ 31 *Lth.* $3\frac{3}{4}$ Quint wiegt. Wie schwer wird jene einzige Kugel sein, die in denselben hohlen Cylinder ohne Spielraum paßt?

Aufl. Gewicht $= p \left(\frac{2\sqrt{3} + 3}{3}\right)^3 = 50$ ℔ beinahe.

C. Aufgaben

über die fünf regulären Körper.

1. Ueber das Tetraeder.

622. Aufg. Aus der gegebenen Kante (a = 3 Fuß) eines Tetraeders dessen körperlichen Inhalt (K) zu suchen.

Aufl. $K = \frac{1}{12} a^3 \sqrt{2} = 0{,}1179\, a^3$
$= 3{,}1815$ Kubikfuß.

623. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Tetraeder, das in eine Kugel von D = 2 Fuß im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $K = \frac{1}{27} D^3 \sqrt{3} = 0{,}06415\, D^3$
$= 0{,}5132$ Kubikfuß.

624. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Tetraeders, dessen Kante a = 5 Zoll mißt?

Aufl. $S = a^2 \sqrt{3} = 1{,}732\, a^2$
$= 43{,}3$ □ Zoll.

625. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Tetraeders, das in eine Kugel, deren Diameter D = 8 Zoll mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $S = \frac{2}{3} D^2 \sqrt{3} = 1{,}155\, D^2$
$= 73{,}92$ □ Zoll.

626. Aufg. Aus der gegebenen Kante (a = 8 Zoll) eines Tetraeders den Diameter (D) jener Kugel zu bestimmen, in welche das Tetraeder eingeschrieben ist.

Aufl. $D = \frac{1}{2} a \sqrt{6} = 1{,}224745\, a$
$= 9{,}8$ Zoll beinahe.

627. Aufg. Aus der Kante (a = 6 Zoll) eines Tetraeders den Durchmesser (D) der in dasselbe eingeschriebenen Kugel zu berechnen.

Aufl. $D = \frac{1}{6} a \sqrt{6} = 0{,}408248\, a$
$= 1{,}2247$ Zoll.

628. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Tetraeders, welches in eine Kugel von D = 10 Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $a = \frac{1}{3} D \sqrt{6} = 0{,}816497\,D$

$= 8{,}165$ Zoll.

629. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Tetraeders, in welches eine Kugel von D = 1 Fuß im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $a = D \sqrt{6} = 2{,}44949\,D$

$= 2{,}44949$ Fuß.

2. Ueber das Octaeder.

630. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Octaeder, dessen Kante a = 5 Fuß mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{3} a^3 \sqrt{2} = 0{,}4714\,a^3$

$= 58{,}925$ Kubikfuß.

631. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Octaeder, das in eine Kugel von D = 15 Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $K = \frac{1}{6} D^3 = 0{,}16667\,D^3$

$= 562\frac{1}{2}$ Kubikzoll.

632. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Octaeders, dessen Kante a = 5 Zoll mißt?

Aufl. $S = 2 a^2 \sqrt{3} = 3{,}464\,a^2$

$= 86{,}6$ □ Zoll.

633. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Octaeders, um welches eine Kugel von D = 5 Fuß im Durchmesser beschrieben ist?

Aufl. $S = D^2 \sqrt{3} = 1{,}732\,D^2$

$= 43{,}3$ □ Fuß.

634. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, in welche ein Octaeder, dessen Kante $a = 10$ Linien mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $D = a\sqrt{2} = 1{,}4142\,a$
$= 14{,}142$ Linien.

635. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, welche in ein Octaeder, dessen Kante $a = 6$ Zoll mißt, ohne Spielraum paßt?

Aufl. $D = \frac{1}{3}a\sqrt{6} = 0{,}8165\,a$
$= 4{,}899$ Zoll.

636. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Octaeders, um welches eine Kugel von $D = 20$ Fuß im Diameter beschrieben ist?

Aufl. $a = \frac{1}{2}D\sqrt{2} = 0{,}7071\,D$
$= 14{,}142$ Fuß.

637. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Octaeders, in welches eine Kugel von $D = 4$ Zoll im Durchmesser ohne Spielraum paßt?

Aufl. $a = \frac{1}{2}D\sqrt{6} = 1{,}2247\,D$
$= 4{,}8989$ Zoll.

3. Ueber das Ikosaeder.

638. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Ikosaeder, dessen Kante $a = 20$ Zoll mißt?

Aufl. $K = \frac{5}{12}a^3(3 + \sqrt{5}) = 2{,}1817\,a^3$
$= 17453{,}6$ Kubikzoll.

639. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Ikosaeder, das in eine Kugel von $D = 4$ Zoll eingeschrieben ist?

Aufl. $K = \frac{1}{12}D^3\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 0{,}3169\,D^3$
$= 20{,}2816$ Kubikzoll.

640. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Ikosaeders, welches in eine Kugel von D = 10 Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $S = \frac{1}{2} D^2 . (5 - \sqrt{5}) . \sqrt{3} = 2{,}3936\, D^2$
$= 239{,}36 \; \square$ Zoll.

641. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Ikosaeders, dessen Kante a = 5 Zoll mißt?

Aufl. $S = 5 a^2 \sqrt{3} = 8{,}66025\, a^2$
$= 216\frac{1}{2} \; \square$ Zoll.

642. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, in welche ein Ikosaeder, dessen Kante a = 2 Zoll mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $D = \frac{1}{2} a \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 1{,}9021\, a$
$= 3{,}804$ Zoll.

643. Aufg. Wie lang ist der Diameter (D) einer Kugel, welche in ein Ikosaeder, dessen Kante a = 8 Zoll mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $D = \frac{1}{6} a (3\sqrt{3} + \sqrt{15}) = 1{,}5115\, a$
$= 12{,}092$ Zoll.

644. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Ikosaeders, welches in eine Kugel von D = 16 Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $a = D \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}} = 0{,}5257\, D$
$= 8{,}41$ Zoll.

645. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Ikosaeders, welches um eine Kugel von D = 5 Zoll im Durchmesser beschrieben ist?

Aufl. $a = \frac{1}{2} D (3\sqrt{3} - \sqrt{15}) = 0{,}6616\, D$
$= 3{,}308$ Zoll.

4. Ueber das Hexaeder.

646. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Hexaeder, dessen Kante $a = 7$ Zoll mißt?

Aufl. $K = a^3$

$= 343$ Kubikzoll.

647. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Hexaeder, das in eine Kugel von $D = 3$ Fuß im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $K = \frac{1}{9} D^3 \sqrt{3} = 0{,}1924 D^3$

$= 5{,}196$ Kubikfuß.

648. Aufg. Aus der Kante ($a = 4$ Zoll) eines Hexaeders dessen Netz (S) zu bestimmen.

Aufl. $S = 6 a^2$

$= 96 \square$ Zoll.

649. Aufg. Welche Oberfläche (S) hat ein Hexaeder, das in eine Kugel von $D = 6$ Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $S = 2 D^2$

$= 72 \square$ Zoll.

650. Aufg. Wie lang ist der Diameter (D) einer Kugel, in welche ein Hexaeder, dessen Kante $a = 5$ Zoll mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $D = a \sqrt{3} = 1{,}73205 a$

$= 8{,}66$ Zoll.

651. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, welche in ein Hexaeder, dessen Kante $a = 12$ Zoll mißt, ohne Spielraum paßt?

Aufl. $D = a$

$= 12$ Zoll.

652. Aufg. Wie lang ist die Seite (a) eines in eine Kugel von $D = 2\frac{1}{2}$ Fuß im Diameter eingeschriebenen Hexaeders?

Aufl. $a = \frac{1}{3} D \sqrt{3} = 0{,}57735 D$

$= 1{,}443$ Fuß.

653. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Hexaeders, in welche eine Kugel von $D = 5\frac{1}{2}$ Meter im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $a = D$

$= 5\frac{1}{2}$ Meter.

5. Ueber das Dodekaeder.

654. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Dodekaeder, dessen Kante $a = 8$ Zoll mißt?

Aufl. $K = \frac{1}{4} a^3 (15 + 7\sqrt{5}) = 7{,}6631\, a^3$

$= 3923{,}507$ Kubikzoll.

655. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt (K) hat ein Dodekaeder, welches in eine Kugel von $D = 5$ Zoll eingeschrieben ist?

Aufl. $K = \frac{1}{36} D^3 (5\sqrt{3} + \sqrt{15}) = 0{,}3481\, D^3$

$= 43{,}51$ Kubikzoll.

656. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Dodekaeders, dessen Kante $a = 4$ Zoll mißt?

Aufl. $S = 20{,}646\, a^2$

$= 330{,}336$ □ Zoll.

657. Aufg. Wie viel beträgt die Oberfläche (S) eines Dodekaeders, welches in eine Kugel von $D = 2$ Fuß im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. $S = 2{,}6286\, D^2$

$= 10{,}514$ □ Fuß.

658. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, welche um ein Dodekaeder, dessen Kante $a = 5$ Zoll mißt, beschrieben ist?

Aufl. $D = \frac{1}{2} a (\sqrt{15} + \sqrt{3}) = 2{,}8025\, a$

$= 14{,}0125$ Zoll.

659. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Dodekaeders, um welches eine Kugel von $D = 8$ Zoll im Durchmesser beschrieben ist?

Aufl. $a = \frac{1}{6} D (\sqrt{15} - \sqrt{3}) = 0{,}3568\, D$

$= 2{,}85$ Zoll.

660. Aufg. Wie lang ist die Kante (a) eines Dodekaeders, welches um eine Kugel von $D = 1\frac{1}{4}$ Fuß im Diameter beschrieben ist?

Aufl. $a = D\sqrt{\frac{25-11\sqrt{5}}{2}} = 0{,}45\,D$
$= 0{,}56$ Fuß.

661. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer Kugel, welche in ein Dodekaeder, dessen Kante $a = \frac{1}{2}$ Fuß mißt, eingeschrieben ist?

Aufl. $D = a\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}} = 2{,}227\,a$
$= 1{,}113$ Fuß.

6. Gemischte Aufgaben.

662. Aufg. Um wieviel übertrifft eine Kugel von $D = 15$ Zoll im Durchmesser dem körperlichen Inhalte nach ein in dieselbe eingeschriebenes Tetraeder?

Aufl. Unterschied $= \frac{1}{3}D^3\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{9}\right) = 0{,}4594\,D^3$
$= 155{,}047$ Kubikzoll.

663. Aufg. Aus einer hölzernen Kugel von $D = 10$ Zoll im Durchmesser soll der möglich größte Würfel verfertigt werden. Wie viel beträgt der Abfall?

Aufl. Abfall $= \frac{1}{3}D^3\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0{,}3311\,D^3$
$= 331{,}1$ Kubikzoll.

664. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Würfels beträgt $K = 10$ Kubikzoll. Es soll aus ihm die möglich größte Kugel gedrechselt werden. Wie viel beträgt der Abfall?

Aufl. Abfall $= 0{,}476\,K = 4{,}76$ Kubikzoll.

665. Aufg. Aus einer hölzernen Kugel von $D = 14$ Zoll im Durchmesser soll das möglich größte Octaeder verfertigt werden. Wie viel muß der Abfall betragen?

Aufl. Abfall $= 0{,}3569\,D^3$
$= 979{,}4$ Kubikzoll.

666. Aufg. Um wieviel übertrifft dem Volumen nach eine Kugel von D = 8 Zoll im Durchmesser das in sie eingeschriebene Dodekaeder?

Aufl. Differenz = 0,1755 D^2
= 89,856 Kubikzoll.

667. Aufg. Um wieviel ist eine Kugel von D = 5 Zoll im Diameter ihrem Volumen nach größer als das in sie eingeschriebene Ikosaeder?

Aufl. Ueberschuß = 0,2066 D^3
= 25,83 Kubikzoll.

668. Aufg. Wie viel beträgt der Unterschied zwischen einer Kugel und dem darin beschriebenen Tetraeder, dessen Kante a = 3 Zoll lang ist?

Aufl. Unterschied = 0,8441 a^3
= 22,7907 Kubikzoll.

669. Aufg. In eine Kugel ist ein Hexaeder, dessen Kante a = 5 Zoll mißt, eingeschrieben. Wie viel beträgt der Unterschied zwischen beiden Körpern?

Aufl. Unterschied = 1,7206 a^3
= 215,07 Kubikzoll.

670. Aufg. Um wieviel übertrifft eine Kugel dem Kubikinhalte nach das in sie beschriebene Oktaeder, dessen Kante a = 2 Zoll mißt?

Aufl. Ueberschuß = 1,0095 a^3
= 8,076 Kubikzoll.

671. Aufg. Wie viel beträgt der Unterschied zwischen einer Kugel und dem darin beschriebenen Dodekaeder, dessen Kante a = 5 Zoll lang ist?

Aufl. Unterschied = 3,8618 a^3
= 482,725 Kubikzoll.

672. Aufg Um wieviel übertrifft die Kugel dem körperlichen Inhalte nach das in sie beschriebene Ikosaeder, dessen Kante a = 4 Zoll mißt?

Aufl. Ueberschuß = 1,4217 a^3
= 91 Kubikzoll beinahe.

D. Aufgaben
über Proportionalität der Körper.

1. Bei Prismen.

673. Aufg. Wie verhält sich eine Kubikklafter (K_1) zu eine Duodecimalkubikruthe (K_2)?

Aufl. $K_1 : K_2 = 1 : 8$.

674. Aufg. Wie verhält sich ein Decimalkubikzoll (K_1) zu einer Kubikklafter (K_2)?

Aufl. $K_1 : K_2 = 1 : 216000$.

675. Aufg. Von einem Prisma wurde durch eine zur Grundfläche parallele Ebene ein Stück, welches ein Fünftel vom ganzen Prisma betrug, abgeschnitten. In welchem Verhältnisse stehen die Höhen (H und h) der erhaltenen Stücke?

Aufl. $H : h = 4 : 1$.

676. Aufg. Ein prismatisches dreizölliges Brett (K_1) ist 8 Fuß lang und $1\frac{1}{2}$ Fuß breit; ein anderes solches ebenfalls dreizölliges Brett (K_2) ist 20 Fuß lang und 2 Fuß breit. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte beider Bretter?

Aufl. $K_1 : K_2 = 3 : 10$.

677. Aufg. Eine eiserne Platte (K_1) wiegt 2 Ctr; eine andere (K_2) wiegt 50 ℔. In welchem Verhältnisse stehen deren körperlichen Inhalte, wenn das spezif. Gewicht bei beiden Platten dasselbe ist?

Aufl. $K_1 : K_2 = 4 : 1$.

678. Aufg. Wie viel Bodenfläche (s) nehmen die Basen der Bäume eines Laubwaldes ein, in welchem 10 Zoll tiefer Schnee liegt, während auf den angrenzenden Feldern der Schnee nur 8 Zoll Höhe hat? Der Schnee ist allenthalben gleich dicht gefallen; auch ist auf den Aesten der Bäume kein Schnee liegen geblieben.

Aufl. $s = \frac{1}{5}$ Waldfläche.

2. Bei Cylindern.

679. Aufg. Ein senkrechter Cylinder (K_1) wird durch eine zu den Grundflächen parallele Ebene so geschnitten, daß die Achse des Cylinders in zwei Theile, die sich zu einander wie 2 zu 5 verhalten, getheilt wird. In welchem Verhältnisse zu dem gegebenen Cylinder steht das kleinere (K_2) von diesen Stücken?

Aufl. $K_1 : K_2 = 7 : 2$.

680. Aufg. Von zwei cylinderförmigen Pokalen, von denen jeder eine bayer. Maß hält, ist der eine 3 und der andere 4 Zoll im Lichten weit; in welchem Verhältnisse stehen deren Höhen (H_1 und H_2)?

Aufl. $H_1 : H_2 = 16 : 9$.

681. Aufg. Von zwei cylinderförmigen Gefäßen faßt das eine $\frac{1}{2}$ und das andere $\frac{1}{8}$ Eimer Flüssigkeit, und dennoch sind beide gleich hoch. In welchem Verhältnisse stehen deren Weiten (D_1 und D_2)?

Aufl. $D_1 : D_2 = 2 : 1$.

682. Aufg. Von einer bleiernen cylinderförmigen Röhre, welche 21 ℔ wiegt, soll durch eine zu den beiden Grundflächen parallele Ebene ein Stück, welches 3 ℔ schwer ist, hinweggenommen werden. Wie werden sich die Längen (H_1 und H_2) beider Cylinderstücke zu einander verhalten?

Aufl. $H_1 : H_2 = 6 : 1$.

683. Aufg. Zwei cylinderförmige Säcke, mit Getreide gefüllt, sind gleich hoch, und doch faßt der eine dreimal so viel als der andere. In welchem Verhältnisse stehen die Durchmesser (D und d) von den Grundflächen dieser Cylinder?

Aufl. $D : d = 1{,}73 : 1$.

684. Aufg. Ein eiserner Cylinder ist dreimal schwerer als ein anderer von demselben Stoffe. In welchem Verhältnisse stehen deren Grundflächen (G und g), wenn ihre Höhen gleich sind?

Aufl. $G : g = 3 : 1$.

685. Aufg. Zwei Cylinder, von welchen der eine 24 und der andere 6 Zoll lang ist, sind aus demselben Marmor verfertigt und auch von gleichem Gewichte. Wie verhält sich die Dicke (D) des kürzern Cylinders zu der (d) des längern?

Aufl. $D : d = 2 : 1$.

686. Aufg. Zwei Cylinder haben gleichen körperlichen Inhalt; ihre Höhen (H_1 und H_2) verhalten sich zu einander wie 7 zu 5. In welchem Verhältnisse stehen deren Grundflächen (G_1 und G_2)?

Aufl. $G_1 : G_2 = 5 : 7$.

3. Bei Pyramiden.

687. Aufg. Durch eine zu der Grundfläche einer Pyramide parallel gelegte Ebene werden sämmtliche Seitenkanten halbirt; in welchem Verhältnisse steht die gegebene Pyramide (K_1) zu der abgeschnittenen kleinern Pyramide (K_2)?

Aufl. $K_1 : K_2 = 8 : 1$.

688. Aufg. Durch eine zu der Grundfläche einer Pyramide parallel gelegte Ebene ist die Pyramide halbirt worden. In welchem Verhältnisse stehen die Kanten (A) der gegebenen Pyramide zu den Kanten (a) der abgeschnittenen kleinern Pyramide?

Aufl. $A : a = \sqrt[3]{2} : 1 = 1{,}2599 : 1$.

689. Aufg. Eine Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallel gelegte Ebene halbirt. In welchem Verhältnisse stehen die gleichliegenden Seitenkanten (A und a) beider Hälften unter sich?

Aufl. $A : a = 1 : 0{,}2599$.

690. Aufg. Das Modell einer Pyramide hat 2 Fuß 3 Duodecimalzoll in der Höhe und 3 Kubikfuß zum körperlichen Inhalte. Welchen Kubikinhalt hat die nach diesem Modell verfertigte Pyramide, wenn ihre Höhe 24 Fuß beträgt?

Aufl. Körperlicher Inhalt $= 3640\frac{8}{9}$ Kubikfuß.

691. Aufg. Eine Pyramide, welche 15 Duodecimalzoll in der Höhe und 10 □ Zoll zur Basis hat, wird 12 Zoll von der Basis entfernt durch eine zu dieser parallele Ebene geschnitten. Wie groß ist die Durchschnittsfläche im Decimalmaß?

Aufl. Durchschnitt = 40 Decimal-Quadratlinien.

692. Aufg. Das steinerne Modell einer Pyramide wiegt 8 ℔ und hat 6 Duodecimalzoll zum Perimeter der Basis. Wie schwer

wird die nach diesem Modelle aus derselben Steinmasse gefertigte Pyramide sein, wenn der Perimeter ihrer Grundfläche 12 Fuß mißt?

Aufl. Gewicht = 110592 ℔.

4. Bei Kegeln.

693. Aufg. Von zwei ähnlichen Kegeln ist die Mantelfläche des einen Kegels viermal so groß als die des andern. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte (K_1 und K_2) dieser Kegel zu einander?

Aufl. $K_1 : K_2 = 1 : 8$.

694. Aufg. Die Mantelflächen von zwei verschiedenen Kegeln geben, in Ebenen ausgebreitet, zwei ungleichgroße, aber mit gleichen Centriwinkeln versehene Kreissektoren. In welchem Verhältnisse stehen die Volumina (K_1 und K_2) beider Kegel unter sich, wenn der Radius des einen Sektors 2 und der des andern 3 Zoll mißt?

Aufl. $K_1 : K_2 = 1 : 3{,}375$.

695. Aufg. Zwei gleichseitige Kegel verhalten sich dem körperlichen Inhalte nach zu einander wie 9 zu $2\frac{2}{3}$. In welchem Verhältnisse zu einander stehen deren Höhen (H_1 und H_2)?

Aufl. $H_1 : H_2 = 3 : 2$.

696. Aufg. Von zwei gleichseitigen Kegeln ist die eine krumme Seitenfläche 9mal so groß als die andere. In welchem Verhältnisse stehen dann die Höhen (H_1 und H_2) dieser Kegel?

Aufl. $H_1 : H_2 = 3 : 1$.

697. Aufg. Die Peripherien von den Grundflächen zweier gleichseitigen Kegel verhalten sich zu einander wie 2 zu $2\frac{1}{2}$. In welchem Verhältnisse stehen sodann die körperlichen Räume (K_1 und K_2) dieser Kegel zu einander?

Aufl. $K_1 : K_2 = 64 : 125$.

698. Aufg. Ein Kegel hält 18 und ein anderer 6 Kubikfuß; ferner ist der erstere Kegel genau dreimal so hoch als der letztere. In welchem Verhältnisse stehen die Basen (G_1 und G_2) dieser Kegel zu einander?

Aufl. $G_1 : G_2 = 1 : 1$.

699. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kegels beträgt 4 Kubikfuß und der eines andern Kegels 4 Decimalkubikzoll; ferner hat der erstere Kegel 10 □ Fuß und der andere einen Quadratzoll (Decimalmaß) zur Grundfläche. Wie werden sich die Höhen (H_1 und H_2) dieser Kegel zu einander verhalten?

Aufl. $H_1 : H_2 = 1 : 1$.

700. Aufg. Der Kegel A hält 10 und der Kegel B 7 Kubikfuß; die Höhe des Kegels A verhält sich zu der des Kegels B wie 7 zu 10. In welchem Verhältnisse stehen die Grundflächen (G_1 und G_2) dieser Kegel?

Aufl. $G_1 : G_2 = 100 : 49$.

701. Aufg. Das Schrannenmaß eines bayer. Schäffels (zu 6 Metzen) hat die Form eines abgekürzten Kegels, der oben $2\frac{1}{2}$ und unten 3 Fuß im Lichten weit und $1\frac{1}{2}$ Fuß hoch ist. Genau nach derselben Form soll das Maß eines bayer. Metzens angefertigt werden. Welche Dimensionen muß dieses Maß erhalten?

Aufl. Es muß oben 1,375 und unten 1,65 Fuß weit und 0,825 Fuß hoch sein.

5. Bei Kugeln.

702. Aufg. Die Oberfläche der Kugel A ist 4mal größer als die der Kugel B. In welchem Verhältnisse stehen die Kubikinhalte (K_1 und K_2) dieser Kugeln zu einander?

Aufl. $K_1 : K_2 = 8 : 1$.

703. Aufg. Eine Kugel hat 904 und eine andere 3051 Kubikzoll zum körperlichen Inhalte. In welchem Verhältnisse zu einander stehen die Diameter (D_1 und D_2) der gegebenen Kugeln?

Aufl. $D_1 : D_2 = 2 : 3$.

704. Aufg. Die eine von zwei Kugeln hat 2619 und die andere 6208 Kubikmeter zum körperlichen Inhalte. In welchem Verhältnisse stehen die Oberflächen (S_1 und S_2) beider Kugeln zu einander?

Aufl. $S_1 : S_2 = 9 : 16$.

705. Aufg. Eine Kugel ist 6mal und eine andere 4mal schwerer, als eine ebenso große Kugel von Wasser. In welchem Verhältnisse stehen die Diameter (D_1 und D_2) dieser Kugeln zu einander?

Aufl. $D_1 : D_2 = 1{,}145 : 1$.

706. Aufg. Eine Kugel hat eine 4mal größere Oberfläche als eine andere Kugel. Wie vielmal schwerer als diese wird die erstere sein, wenn beide von derselben Masse sind?

Aufl. Erstere ist 8mal schwerer.

707. Aufg. Zwei Kugeln sind zwar gleich schwer, aber ungleich groß. In welchem Verhältnisse stehen deren Durchmesser (D_1 und D_2), wenn die Masse der einen Kugel 12 und die der andern $1\frac{1}{2}$ zum spezif. Gewichte hat?

Aufl. $D_1 : D_2 = 1 : 2$.

708. Aufg. Von zwei gleich dichten Kugeln wiegt die eine 36 ℔ und die andere $1\frac{1}{8}$ ℔. In welchem Verhältnisse zu einander stehen die Durchmesser (D_1 und D_2) dieser Kugeln?

Aufl. $D_1 : D_2 = 3 : 1$.

709. Aufg. Von zwei Kugeln hat die eine 3 Zoll und die andere 2 Zoll im Durchmesser, und doch ist die eine Kugel so schwer als die andere. In welchem Verhältnisse stehen die spezif. Gewichte (Q_1 und Q_2) beider Körper zu einander?

Aufl. $Q_1 : Q_2 = 1 : 3\frac{3}{8}$.

710. Aufg. Zwei Kugeln sind gleich dicht; die eine wiegt $1\frac{1}{8}$ ℔ und die andere 72 ℔. Wie verhalten sich die Oberflächen (S_1 und S_2) dieser Kugeln zu einander?

Aufl. $S_1 : S_2 = 1 : 16$.

711. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser (D) einer 8pfündigen Kugel, wenn der Durchmesser einer aus demselben Stoffe verfertigten und gleich dichten 5pfündigen Kugel $2\frac{1}{2}$ Zoll mißt?

Aufl. D = 2,924 Zoll.

712. Aufg. Wie schwer ist eine Kugel, deren Durchmesser 5 Zoll 5 Linien (Decimalmaß) mißt, wenn eine gleich dichte 10pfündige Kugel 4 Decimalzoll im Diameter hat?

Aufl. Gewicht = 25,996 ℔.

6. Bei regulären Körpern.

713. Aufg. Von zwei steinernen Würfeln wiegt der eine 16 und der andere 2 Ctr. In welchem Verhältnisse stehen die Kanten (A_1 und A_2) dieser Körper zu einander?

Aufl. $A_1 : A_2 = 2 : 1$.

714. Aufg. Die Oberflächen zweier Würfel verhalten sich zu einander wie 3 zu 2. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte (K_1 und K_2) dieser Würfel?

Aufl. $K_1 : K_2 = 3\sqrt{3} : 2\sqrt{2} = 1{,}837 : 1$.

715. Aufg. Zwei materielle Würfel sind zwar gleich schwer, aber ungleich groß, weil der eine 15 und der andere 3 mal schwerer als ein ebenso großer Wasserwürfel ist. In welchem Verhältnisse stehen die Kanten (A und a) dieser Würfel?

Aufl. $A : a = \sqrt[3]{5} : 1 = 1{,}71 : 1$.

716. Aufg. Ein Tetraeder ist 68 mal so groß als ein anderes; in welchem Verhältnisse stehen die Kanten (A und a) dieser zwei Körper?

Aufl. $A : a = 4{,}08 : 1$.

717. Aufg. Ein Octaeder ist $3\frac{3}{8}$ mal kleiner als ein anderes; in welchem Verhältnisse stehen die Kanten (A und a) dieser zwei Körper?

Aufl. $a : A = 2 : 3$.

718. Aufg. Ein Ikosaeder wiegt 15,625 mal weniger als ein anderes aus demselben Stoffe verfertigtes; in welchem Verhältnisse stehen deren Kanten (A und a)?

Aufl. $A : a = 5 : 2$.

719. Aufg. Das Netz eines Dodekaeders nimmt 6 mal so viel Fläche ein als das eines andern. In welchem Verhältnisse stehen die körperlichen Inhalte (K_1 und K_2) dieser zwei Körper zu einander?

Aufl. $K_1 : K_2 = 14{,}6969 : 1$.

7. Gemischte Aufgaben.

720. Aufg. Die Grundfläche einer Pyramide hält 20 □ Fuß und deren Höhe mißt 4 Fuß. In welchem Verhältnisse steht die Pyramide dem körperlichen Inhalte nach zu einem Prisma, welches a) zur Basis 20 □ Fuß und zur Höhe 4 Fuß; b) zur Basis 20 □ Fuß und zur Höhe 8 Fuß; c) zur Basis 60 □ Fuß und zur Höhe 4 Fuß hat?

Aufl. a) Pyr.: Prism. = 1 : 3
b) Pyr.: Prism. = 1 : 6
c) Pyr.: Prism. = 1 : 9

721. Aufg. Ein Cylinder und ein Kegel haben bei gleichem körperlichen Inhalte auch dieselbe Höhe. In welchem Verhältnisse stehen die Durchmesser (D_1 und D_2) ihrer Grundflächen zu einander?

Aufl. $D_1 : D_2 = 1 : \sqrt{3} = 1 : 1{,}732$.

722. Aufg. Eine Pyramide ist durch eine zur Basis parallele Ebene in zwei ungleiche Theile zerlegt worden, indem auf die entstandene abgekürzte Pyramide 19 und auf die Ergänzungspyramide 8 Kubikzoll als körperlicher Inhalt treffen. In welchem Verhältnisse steht die Höhe (H_1) der Ergänzungspyramide zu der Höhe (H_2) von der gegebenen ganzen Pyramide?

Aufl. $H_1 : H_2 = 2 : 3$.

723. Aufg. Eine $H = 4$ Fuß hohe Pyramide mit einer $G = 16$ □ Fuß großen Grundfläche wird über ihre Basis hinaus erweitert, so daß diese Erweiterung und die gegebene Pyramide zu einer neuen Pyramide gegenseitig sich ergänzen. Um wie viel muß die Basis der neuen Pyramide zugenommen haben, wenn die Höhe der Pyramide um $m =$ einen Fuß gewachsen ist?

Aufl. Um $\frac{G}{H^2}(m^2 + 2mH) = 9$ □ Fuß.

724. Aufg. Eine Pyramide ist nur halb so hoch als ein Prisma, und doch haben beide Körper gleiche körperliche Inhalte. In welchem Verhältnisse stehen sonach deren Basen (G_1 und G_2) zu einander?

Aufl. $G_1 : G_2 = 6 : 1$.

725. Aufg. Ein Kegel ist seinem körperlichen Inhalte nach einem Cylinder gleich. In welchem Verhältnisse zu einander stehen deren Höhen ($H_{cyl.}$ und $H_{con.}$), wenn die Diameter ($D_{cyl.}$ und $D_{con.}$) ihrer Basen wie 3 zu 2 zu einander sich verhalten?

Aufl. $H_{cyl.} : H_{con.} = 4 : 27.$

726. Aufg. Der Halbmesser von der Grundfläche eines Cylinders mißt 8 Duodecimalzoll, und der Durchmesser von der Basis eines Kegels einen Fuß. Wie verhalten sich die Höhen ($H_{cyl.}$ und $H_{con.}$) dieser Körper zu einander, wenn ein jeder zwei Kubikfuß zum Inhalte hat?

Aufl. $H_{cyl.} : H_{con.} = 3 : 16.$

727. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Cylinders ist doppelt so groß, als der eines Kegels; die Peripherien ($P_{cyl.}$ und $P_{con.}$) von den Grundflächen dieser Körper stehen im Verhältnisse von 6 zu 4 unter einander. Wie verhalten sich nun deren Höhen ($H_{cyl.}$ und $H_{con.}$) zu einander?

Aufl. $H_{cyl.} : H_{con.} = 8 : 27.$

728. Aufg. Ein Prisma hat 60 und eine Pyramide 25 Kubikfuß zum Inhalte. In welchem Verhältnisse werden die Höhen ($H_{pr.}$ und $H_{pyr.}$) beider Körper stehen, wenn deren Grundflächen einander gleich sind?

Aufl. $H_{pr.} : H_{pyr.} = 4 : 5.$

729. Aufg. Ein Kegel hat zwar dieselbe Höhe wie ein Cylinder; ist aber dem körperlichen Inhalte nach 12mal kleiner als dieser. Welches Verhältniß bilden die Halbmesser ($R_{cyl.}$ und $R_{con.}$) von den Grundflächen dieser Körper?

Aufl. $R_{cyl.} : R_{con.} = 2 : 1.$

E. Aufgaben

über Maßreduktionen.

730. Aufg. Wie viele Decimalkubikzoll geben 5832 Duodecimalkubikzoll?

Aufl. 3375 Decimalkubikzoll.

731. Aufg. Wie viele Decimalkubikzoll betragen $691\frac{1}{5}$ Duodecimalkubikzoll?

Aufl. 400 Decimalkubikzoll.

732. Aufg. Wie viele Duodecimalkubikzoll geben $166\frac{2}{3}$ Decimalkubikzoll?

Aufl. 288 Duodecimalkubikzoll.

733. Aufg. Wie viele Decimalkubikruthen betragen $72\frac{73}{216}$ Duodecimalkubikruthen?

Aufl. 125 Decimalkubikruthen.

734. Aufg. Es sollen 12 Decimalkubikruthen 600 Kubikfuß in zwölftheiliges Maß entsprechend verwandelt werden. Was erhält man?

Aufl. $7\frac{7}{24}$ Duodecimalkubikruthen.

735. Aufg. Es sollen 7 Kubikfuß 648 Duodecimalkubikzoll im Decimalmaß ausgedrückt werden. Wie viel erhält man?

Aufl. 7,375 Kubikfuß.

736. Aufg. Welchen Werth haben 875 Decimalkubikzoll Blei, wenn ein Duodecimalkubikzoll Blei 2 kr kostet?

Aufl. 50 fl 24 kr.

737. Aufg. Wie viele Duodecimalkubikzoll hält eine bayer. Maß zu 43 Decimalkubikzoll gerechnet?

Aufl. 74,3 Duodecimalkubikzoll.

738. Aufg. Für das Ausheben einer Duodecimalkubikruthe Erdreich hat man 10 fl 48 kr zu bezahlen. Wie hoch kommt nun die Decimalkubikruthe?

Aufl. Auf 6 fl 15 kr.

739. Aufg. Wie viel beträgt ein preußischer Kubikfuß im bayer. Maße ausgedrückt, da 139,13 bayer. Fuß so lang sind, als 129,38 preußische Fuß?

Aufl. 1,2435 bayer. Kubikfuß.

740. Aufg. Man berechne den Faktor zur Verwandlung von bayer. Kubikklaftern in österreichische, wenn der bayer. Fuß 291,859 und der österreichische 316,103 Millimeter messen.

Aufl. Faktor = 0,7871.

741. Aufg. Man berechne den Faktor zur Verwandlung von Wiener-Decimalkubikruthen in Berliner-Decimalkubikruthen, wenn

der Wiener-Fuß 140,13 und der Berliner-Fuß 139,13 Pariser-Linien messen.

Aufl. Faktor = 1,0217.

742. Aufg. Man berechne den Faktor zur Verwandlung von engländischen Duodecimalkubikruthen in bayer. Decimalkubikruthen. Der engländische Fuß mißt 304,8005 und der bayer. Fuß 291,859 Millimeter.

Aufl. Faktor = 1,968.

743. Aufg. Wie viel bayer. Pfund wiegt ein bayer. Kubikfuß destillirten Wassers, da ein französischer Kubikfuß hievon 70 französische Pfund wiegt, wenn 898 französische Fuß so lang sind, als 1000 bayer. Fuß, und 1000 bayer. Pfund so schwer als 1144 französische Pfund sind.

Aufl. 44,3 bayer. Pfund.

744. Aufg. Wie viel beträgt der bayer. Kubikfuß, wenn der französische Kubikfuß zur Einheit genommen wird, da bekanntlich 129,38 französische Fuß 144 bayerischen gleichkommen?

Aufl. 0,7253 französische Kubikfuß.

745. Aufg. Der engländische Fuß ist 304,8 und der bayerische 291,86 Millimeter lang. Wie viele engländische Kubikfuß betragen sodann 348 bayer. Kubikfuß.

Aufl. 305,53 engländische Kubikfuß.

746. Aufg. Wie viele bayer. Kubikfuß betragen 40 Kubikmeter, wenn der bayer. Fuß 0,29186 Meter gleichkommt?

Aufl. 1608,9 bayer. Kubikfuß.

747. Aufg. Wie viel kostet eine Württemberger-Holzklafter, wenn eine bayerische von derselben Qualität 10 fl kostet, da die Scheitlänge der Holzklafter in Württemberg 4 landesübliche Fuß hält, die Breite und Höhe aber je 6 solche Fuß mißt, während in Bayern die Holzklafter 126 bayer. Kubikfuß in sich begreift. Auf den Längenfuß in Württemberg treffen 286,49 und auf den bayer. Fuß 291,86 Millimeter.

Aufl. 10 fl 48½ kr.

748. Aufg. Man berechne den Faktor zur Verwandlung von bayer. Holzklaftern in preußische. Der bayer. Längenfuß hält 129,38 und der preußische 139,13 Pariser-Linien; die preußische Holzklafter

faßt 108 preußische Kubikfuß und die bayer. Holzklafter 126 bayer. Kubikfuß.

Aufl. Faktor = 0,938179.

749. Aufg. Man berechne den Faktor zur Verwandlung preußischer Holzklafter in bayerische, wenn die Holzklafter dort 108 preußische und hier 126 bayer. Kubikfuß hält, wenn ferner der preußische Längenfuß 313,854 und der bayerische 291,859 Millimeter messen.

Aufl. Faktor = 1,0659.

750. Aufg. Auf einem preußischen Morgen (zu 25920 preuß. Quadratfuß gerechnet) beträgt der Holzbestand a Klafter (jede zu 108 preuß. Kubikfuß genommen). Wie viele bayer. Normalholzklafter (jede zu 126 bayer. Kubikfuß genommen) werden von diesem Bestande auf ein bayer. Tagwerk (zu 40000 bayer. Quadratfuß gerechnet) treffen, wenn der preußische Längenfuß sich zu dem bayerischen verhält wie 139,13 zu 129,38?

Aufl. 1,4224 . a bayer. Holzklafter.

751. Aufg. Wie viele bayer. Normalholzklafter treffen auf ein bayer. Tagwerk (zu 40000 bayer. □ Fuß gerechnet) von einer Waldung in Frankreich, wo auf jedem Arpent (zu 94768 französ. □ Fuß genommen) 640 Stères Holz stehen, wenn der bayer. Längenfuß 129,38 französ. Duodecimallinien mißt, und ein Stère 29,17 französ. Kubikfuß in sich begreift?

Aufl. 69,6 bayer. Holzklafter.

Aufgaben

zur ebenen Trigonometrie.

I. Aufgaben

über den Gebrauch trigonometrischer Tabellen.

1. Die Logarithmen trigonometrischer Linien aus gegebenen Winkeln zu suchen.

752. Aufg. Man bestimme für den Halbmesser = 10 000 000 000 die Logarithmen von nachfolgenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1)	log sin 0″,8	= 4,5886649.
2)	log sin 4″,7	= 5,3576727.
3)	log sin 1′ 18″	= 6,5770664.
4)	log sin 1° 45′	= 8,4848479.
5)	log sin 17° 37′	= 9,4809366.
6)	log sin 44° 49′	= 9,8480909.
7)	log sin 68° 20′	= 9,9681781.
8)	log sin 87° 40′	= 9,9996398.
9)	log sin 89° 36′	= 9,9999894.
10)	log sin 89° 55′ 40″	= 9,9999997.
11)	log sin 90° 5′ 50″	= 9,9999994.
12)	log sin 93° 31′ 20″	= 9,9991789.
13)	log sin 145° 42′	= 9,7509140.
14)	log sin 180°,3	= 7,7189966 neg.
15)	log sin 215° $\frac{5}{6}$	= 9,7674746 neg.
16)	log sin 270°,0025	= 10,0000000 neg.

17) log sin $335^0\,7'\,\frac{3}{5}$ = 9,6238833 neg.
18) log sin $370^0\,18'$ = 9,2523729.
19) log sin $480^0\,38'$ = 9,9347235.
20) log sin $579^0\,8'\,36''$ = 9,8002100 neg.
21) log sin $700^0\,\frac{5}{8}$ = 9,5208103 neg.
22) log sin $777^0\,7''\,\frac{1}{4}$ = 9,9236013.
23) log sin $-32^0\,38'\,48''$ = 9,7319567 neg.
24) log sin $-146^0\,56''$ = 9,7473868 neg.
25) log sin $-210^0\,4',4$ = 9,6999314.

753. Aufg. Wie heißen für den Halbmesser = 10 Tausend Millionen die Logarithmen von nachfolgenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind?

1) log cos $2''$ = 10,0000000.
2) log cos $2'\,40''$ = 9,9999999.
3) log cos $15'\,53''$ = 9,9999954.
4) log cos $3^0\,32'$ = 9,9991737.
5) log cos $24^0\,38''$ = 9,9606946.
6) log cos $57^0\,12'\,45''$ = 9,7336183.
7) log cos $89^0\,54'\,54''$ = 7,1712402.
8) log cos $102^0\,15'$ = 9,3266997 neg.
9) log cos $178^0\,40'\,56''$ = 9,9998851 neg.
10) log cos $230^0\,\frac{1}{8}$ = 9,8069358 neg.
11) log cos $278^0,6$ = 9,1747439.
12) log cos $408^0\,1'$ = 9,8253705.
13) log cos $500^0\,\frac{7}{12}$ = 9,8879260 neg.
14) log cos $-7^0\,12'$ = 9,9965619.
15) log cos $-112^0\,7'$ = 9,5757578 neg.

754. Aufg. Für den Radius = 10 000 000 000 suche man die Logarithmen von nachstehenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1) log tang $43''$ = 6,3190433.
2) log tang $4^0\,3'$ = 8,8500566.
3) log tang $50^0\,50''$ = 10,0764003.
4) log tang $92^0\,8'$ = 11,4288632 neg.
5) log tang $246^0\,40''$ = 10,3516436.

6) $\log \tan g\, 356^0 14' = 8,8184608$ neg.

7) $\log \tan g - (23^0)^2 = 9,2886523$.

8) $\log (\tan g - 5\frac{3}{10} R)^2 = 20,5856682$.

9) $\log \tan g\, (8\frac{1}{2} R)^2 = 100,0000000$.

755. Aufg. Man suche für den Radius = 10000 die Logarithmen von nachstehenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Centesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\log \sin 40^0 = 3,7692187$.

2) $\log \sin 92^0 45' = 3,9969387$.

3) $\log \sin 180^0 15' 25'' = 3,4867674$.

4) $\log \sin 210^0 35' = 3,2091454$ neg.

5) $\log \sin 340^0 75' = 3,9041940$ neg.

6) $\log \sin 400^0 \frac{17}{20} = 2,1255252$.

7) $\log \sin - 145^0 65' = 3,8772189$ neg.

756. Aufg. Wie heißen für den Halbmesser $= \frac{1}{10}$ die Logarithmen nachfolgender trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Centesimaleintheilung gegeben sind?

1) $\log \cos 44^0 45' = 0,8842222 - 2$.

2) $\log \cos 234^0,05 = (0,9346711 - 2)$ neg.

3) $\log \cos 360^0 = 0,9079576 - 2$.

4) $\log \cos - 580^0 \frac{1}{4} = (0,9787568 - 2)$ neg.

757. Aufg. Man suche für den Halbmesser = 1 die Logarithmen von nachstehenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\log \cot 2' = 3,2352438$.

2) $\log \cot 30^0 18' = 0,2333249$.

3) $\log \cot 68^0 20' 43'' = 0,5988268 - 1$

4) $\log \cot 104^0 48'' = (0,3972013 - 1)$ neg.

5) $\log \cot - \frac{37^0 5'}{4} = 0,7871905$ neg.

758. Aufg. Man bestimme für den Radius = 10 Tausend Millionen die Logarithmen von nachstehenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\log \sin 4'' = 5,2876349$.

2) $\log \sin 24'',6 = 6,0765100$.

3) $\log \sin 4' = 7,0657860$.

4) $\log \text{tang}\ 22' 20'' = 7{,}8126858.$
5) $\log \sin\ 1^0 35' 36'' = 8{,}4441279.$
6) $\log \cos\ 86^0 44' 25'' = 8{,}7548237.$
7) $\log \text{tang}\ 67^0 14' = 10{,}3770850.$
8) $\log \text{tang}\ 34^0 50' 30'' = 9{,}8426698.$
9) $\log \cot\ 49^0 12' 50'' = 9{,}9358870.$
10) $\log \sin\ 102^0 18' = 9{,}9899148.$
11) $\log \cos\ 220^0 40' = 9{,}8799634$ neg.
12) $\log \text{tang}\ 135^0 = 10{,}0000000$ neg.

759. Aufg. Man suche für den Halbmesser = 10 Tausend Millionen die Logarithmen von nachfolgenden trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Centesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\log \sec\ 15^0 15' = 10{,}0124155.$
2) $\log \sec\ 185^0 35' = 10{,}0116021$ neg.
3) $\log \sec - 162^0 5' = 10{,}0801536$ neg.
4) $\log \text{cosec}\ 6^0 40' = 10{,}9984319.$
5) $\log \text{cosec}\ 108^0 80' = 10{,}0041624.$
6) $\log \text{cosec}\ 218^0 30' = 10{,}5474267$ neg.

2. Trigonometrische Linien aus gegebenen andern trigonometrischen Linien zu bestimmen.

760. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = 0{,}356738$) und dessen Cosinus ($\cos x = 0{,}9342045$ Fuß) die übrigen sechs trigonometrischen Linien durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. $\text{tang}\ x = 0{,}381863$ Fuß
$\cot x = 2{,}618741$ „
$\sec x = 1{,}070429$ „
$\text{cosec}\ x = 2{,}803177$ „
$\sin \text{vers}\ x = 0{,}0657955$ „
$\cos \text{vers}\ x = 0{,}643262$ „

761. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = 6{,}3248$) und dem Halbmesser ($r = 10$ Meter) die übrigen sieben trigonometrischen Linien durch Rechnung zu finden.

Aufl. $\cos x = 7{,}74577$ Meter
$\text{tang}\ x = 8{,}165493$ „

cot x = 12,246658 Meter
sec x = 12,910278 „
cosec x = 15,810776 „
sin vers x = 2,25423 „
cos vers x = 3,6752 „

762. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Radius (r = 11 Zoll) und dem Cosinus eines Winkels (cos x = — 7,54633 Zoll) die übrigen sieben trigonometrischen Linien dieses Winkels zu berechnen.

Aufl. sin x = ± 8,003305 Zoll
tang x = ∓ 11,666116 „
cot x = ∓ 10,3719187 „
sec x = — 16,034283 „
cosec x = ± 15,118753 „
sin vers x = + 18,54633 „
cos vers x = 11 ∓ 8,003305 „

763. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels (sin x = 0,432348) und dem Cosinus (cos x = 0,901707) desselben Winkels den Sinus und Cosinus von dem doppelten Winkel durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. sin 2 x = 0,7797024
cos 2 x = 0,6261503.

764. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels (sin x = 89,6744) und dessen Cosinus (cos x = 44,255) den Sinus und Cosinus des doppelten Winkels zu berechnen.

Aufl. sin 2 x = + 79,37074
cos 2 x = — 60,82998.

765. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels (sin x = 0,841039 neg.) und dessen Cosinus (cos x = 0,540975 neg.) den Sinus und Cosinus des doppelten Winkels zu bestimmen.

Aufl. sin 2 x = + 0,9099613
cos 2 x = — 0,4146932.

766. Aufg. Ohne trigonometrische Tabellen aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = -0{,}744894$) und dessen Cosinus ($\cos x = 0{,}667183$) den Sinus und Cosinus des doppelten Winkels zu berechnen.

Aufl. $\sin 2x = -0{,}9939609$

$\cos 2x = -0{,}1097343.$

767. Aufg. Aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = 0{,}861924$) und dessen Cosinus ($\cos x = 0{,}507037$) ohne trigonometrische Tabellen den Sinus und Cosinus vom dreifachen Winkel zu berechnen.

Aufl. $\sin 3x = 0{,}0244322$

$\cos 3x = -0{,}9997014.$

768. Aufg. Aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = 9{,}85259$) und dessen Cosinus ($\cos x = -1{,}71069$) ohne trigonometrische Tabellen den Sinus und Cosinus vom dreifachen Winkel zu berechnen.

Aufl. $\sin 3x = -8{,}699256$

$\cos 3x = 4{,}931829.$

769. Aufg. Aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = -25{,}9943$) und dessen Cosinus ($\cos x = 96{,}5624$) ohne trigonometrische Tabellen den Sinus und Cosinus des dreifachen Winkels durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. $\sin 3x = -70{,}9571$

$\cos 3x = 70{,}4634.$

770. Aufg. Aus dem Sinus eines Winkels ($\sin x = -401{,}415$) und dessen Cosinus ($\cos x = -915{,}896$) ohne trigonometrische Tabellen den Sinus und Cosinus vom dreifachen Winkel durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. $\sin 3x = -945{,}519$

$\cos 3x = -325{,}568.$

3. Trigonometrische Linien aus gegebenen Winkeln zu berechnen.

771. Aufg. Man bestimme für den Halbmesser = 1 die Länge folgender trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\sin 10^0\, 32' = 0{,}1828075.$

2) $\sin 115^0\, 20' = 0{,}9038338.$

3) $\sin 215^0 36' = -0,582123.$

4) $\sin 315^0 47' = -0,697374.$

5) $\sin(-20^0 50' 48'') = -0,355868.$

6) $\cos 36^0 26' = 0,804548.$

7) $\cos 136^0 38'' = -0,719468.$

772. Aufg. Man bestimme für den Halbmesser = 1000 die Länge nachstehender trigonometrischen Linien, wenn die Winkel nach der Sexagesimaleintheilung gegeben sind.

1) $\tang 22^0 16' = 409,450.$

2) $\tang 52^0 27' = 1300,873.$

3) $\tang 92^0 39' = -21605,63.$

4) $\tang 180^0 24' 40'' = 7,17536.$

5) $\tang 314^0 = -1035,530.$

6) $\cot 10^0 30' 50'' = 5388,23.$

7) $\cot 89^0 9' = 14,8364.$

8) $\cot 170^0 40' = -6084,438.$

9) $\cot(-50^0 50'') = -838,6866.$

10) $\sec 40^0 27' = 1314,108.$

11) $\sec 156^0 15' = -1092,524.$

12) $\mathrm{cosec}\ 80^0 44' = 1013,223.$

13) $\mathrm{cosec}\ 105^0 10' = 1036,088.$

4. Aus den gegebenen Logarithmen trigonometrischer Linien die zugehörigen Winkel zu bestimmen.

773. Aufg. Aus folgenden Logarithmen trigonometrischer Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung zu bestimmen, wenn der Halbmesser der Tabellen = 10000000000 ist.

1) $\log \sin x = 6,0036382.$

Aufl. $x = 20,8''$ oder $x = 179^0 59' 39,2''.$

2) $\log \sin x = 9,9999711.$

Aufl. $x = 89^0 20' 20''$ oder $x = 90^0 39' 40''.$

3) $\log \sin x = 8,0139468.$

Aufl. $x = 35' 30''$ oder $x = 179^0 24' 30''.$

4) $\log \sin x = 9,9959458$ neg.
Aufl. $x = 262^0\,11'$ oder $x = 277^0\,49'$.
5) $\log \sin x = 9,6797783$.
Aufl. $x = 28^0\,34'\,48''$ oder $x = 151^0\,25'\,12''$.
6) $\log \sin x = 9,9806890$.
Aufl. $x = 73^0\,2'\,24''$ oder $x = 106^0\,57'\,36''$.
7) $\log \cos x = 9,9996268$.
Aufl. $x = 2^0\,22'\,30''$ oder $x = 357^0\,37'\,30''$.
8) $\log \cos x = 9,5663137$.
Aufl. $x = 68^0\,23'$ oder $x = 291^0\,37'$.
9) $\log \cos x = 8,9507571$ neg.
Aufl. $x = 264^0\,52'\,40''$ oder $x = 95^0\,7'\,20''$.

774. Aufg. Aus nachstehenden Logarithmen trigonometrischer Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten zwei Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung zu bestimmen, wenn der Radius der Tabellen = 10 Tausend Millionen gesetzt ist.

1) $\log \sin \alpha = 9,6873895$.
Aufl. $\alpha = 29^0\,8'$.
2) $\log \cos \alpha = 9,4341223$.
Aufl. $\alpha = 74^0\,14'$.
3) $\log \operatorname{tang} \alpha = 10,2887852$.
Aufl. $\alpha = 62^0\,47'$.
4) $\log \cot \alpha = 10,4675611$ neg.
Aufl. $\alpha = 161^0\,11'$.
5) $\log \sec \alpha = 10,0501835$.
Aufl. $\alpha = 27^0\,1'$.
6) $\log \sin \alpha = 9,7557509$.
Aufl. $\alpha = 34^0\,44'\,20''$.
7) $\log \operatorname{tang} \alpha = 10,2021327$.
Aufl. $\alpha = 57^0\,52'\,36''$.
8) $\log \cos \alpha = 9,6732108$.
Aufl. $\alpha = 61^0\,53'\,14,7''$.
9) $\log \cot \alpha = 8,9887644$.
Aufl. $\alpha = 84^0\,26'\,3,6''$.
10) $\log \cos \alpha = 9,9999269$ neg.
Aufl. $\alpha = 178^0\,56'\,55''$.

775. Aufg. Aus folgenden Logarithmen trigonometrischer Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung zu bestimmen, wenn der Halbmesser = 1 ist.

1) $\log \tang \varphi = 0,6788211-1$.
Aufl. $\varphi = 25^0 31'$ oder $\varphi = 205^0 31'$.

2) $\log \tang \varphi = 1,0484532$ neg.
Aufl. $\varphi = 95^0 6' 40''$ oder $\varphi = 275^0 6' 40''$.

3) $\log \tang \varphi = 0,0388576-1$.
Aufl. $\varphi = 6^0 14' 28''$ oder $\varphi = 186^0 14' 28''$.

4) $\log \tang \varphi = 0,3123465$ neg.
Aufl. $\varphi = 115^0 58' 21''$ oder $\varphi = 295^0 58' 21''$.

5) $\log \cot \varphi = 0,5482573$.
Aufl. $\varphi = 15^0 48'$ oder $\varphi = 195^0 48'$.

6) $\log \cot \varphi = (0,5326984-2)$ neg.
Aufl. $\varphi = 91^0 57' 10''$ oder $\varphi = 271^0 57' 10''$.

7) $\log \cot \varphi = -0,3131019$.
Aufl. $\varphi = 64^0 4'$ oder $\varphi = 244^0 4'$.

8) $\log \sec \varphi = 0,3550635$.
Aufl. $\varphi = 63^0 48'$ oder $\varphi = 296^0 12'$.

9) $\log \sec \varphi = 1,0013227$ neg.
Aufl. $\varphi = 95^0 43' 18''$ oder $\varphi = 264^0 16' 42''$.

10) $\log \operatorname{cosec} \varphi = 0,2042670$.
Aufl. $\varphi = 38^0 40'$ oder $\varphi = 141^0 20'$.

11) $\log \operatorname{cosec} \varphi = 0,0262913$ neg.
Aufl. $\varphi = 250^0 15' 50''$ oder $\varphi = 289^0 44' 10''$.

12) $\log \sin \operatorname{vers} \varphi = 0,3585249-2$.
Aufl. $\varphi = 12^0 16'$ oder $\varphi = 347^0 44'$.

13) $\log \sin \operatorname{vers} \varphi = 0,2559516$.
Aufl. $\varphi = 143^0 24'$ oder $\varphi = 216^0 36'$.

14) $\log \sin \operatorname{vers} \varphi = 0,1357821$.
Aufl. $\varphi = 111^0 32'$ oder $\varphi = 248^0 28'$.

15) $\log \cos \operatorname{vers} \varphi = 0,9378139-1$.
Aufl. $\varphi = 7^0 40'$ oder $\varphi = 172^0 20'$.

16) $\log \cos \text{vers}\, \varphi = -0{,}9882519$.

Aufl. $\varphi = 63^0\,48'$ oder $\varphi = 116^0\,12'$.

17) $\log \cos \text{vers}\, \varphi = 0{,}1033383$.

Aufl. $\varphi = 195^0\,35'$ oder $\varphi = 344^0\,25'$.

5. Aus gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel zu suchen.

776. Aufg. Man bestimme aus folgenden für den Halbmesser = 1 gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung.

1) $\sin x = 0{,}00058177$.

Aufl. $x = 2'$ oder $x = 179^0\,58'$.

2) $\sin x = 0{,}9806716$.

Aufl. $x = 78^0\,43'$ oder $x = 101^0\,17'$.

3) $\sin x = -0{,}2529137$.

Aufl. $x = 194^0\,39'$ oder $x = 345^0\,21'$.

4) $\sin x = 0{,}8776576$.

Aufl. $x = 61^0\,21'\,40''$ oder $x = 118^0\,38'\,20''$.

5) $\cos x = 0{,}9447584$.

Aufl. $x = 19^0\,8'$ oder $x = 340^0\,52'$.

6) $\cos x = 0{,}0334459$ neg.

Aufl. $x = 91^0\,55'$ oder $x = 268^0\,5'$.

7) $\cos x = -0{,}9912634$.

Aufl. $x = 187^0\,34'\,45''$ oder $x = 172^0\,25'\,15''$.

777. Aufg. Man bestimme aus nachfolgenden für den Halbmesser = 1000 gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimal-Eintheilung.

1) $\tan x = 2{,}908889$.

Aufl. $x = 10'$ oder $x = 180^0\,10'$.

2) $\tan x = 2246{,}0368$ neg.

Aufl. $x = 114^0$ oder $x = 294^0$.

3) $\tan x = -319{,}034$.

Aufl. $x = 162^0\,18'\,20''$ oder $x = 342^0\,18'\,20''$.

4) $\cot x = -1000{,}000$.

Aufl. $x = 135^0$ oder $x = 315^0$.

5) $\cot x = 316{,}8986$.

Aufl. $x = 72^0\,25'$ oder $x = 252^0\,25'$.

6) $\cot x = -105773{,}65$.

Aufl. $x = 179^0\,27'\,30''$ oder $x = 359^0\,27'\,30''$.

778. Aufg. Aus nachfolgenden für den Halbmesser $= 100000$ gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Centesimaleintheilung zu berechnen.

1) $\sec x = 135202{,}54$.

Aufl. $x = 47^0$ oder $x = 353^0$.

2) $\sec x = -368404{,}93$.

Aufl. $x = 117^0\,50'$ oder $x = 282^0\,50'$.

3) $\sec x = 186627{,}47$.

Aufl. $x = 64^0$ oder $x = 336^0$.

4) $\operatorname{cosec} x = 349929{,}24$.

Aufl. $x = 18^0\,45'$ oder $x = 181^0\,55'$.

5) $\operatorname{cosec} x = -1191345{,}2$.

Aufl. $x = 205^0\,35'$ oder $x = 394^0\,65'$.

779. Aufg. Aus folgenden für den Halbmesser $= 40$ gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung zu bestimmen.

1) $\sin\text{vers}\, x = 16{,}197736$.

Aufl. $x = 53^0\,29'$ oder $x = 306^0\,31'$.

2) $\sin\text{vers}\, x = 68{,}684536$.

Aufl. $x = 135^0\,49'$ oder $x = 224^0\,11'$.

3) $\sin\text{vers}\, x = 72{,}5511$.

Aufl. $x = 144^0\,28'$ oder $x = 215^0\,32'$.

4) $\sin\text{vers}\, x = 21{,}046716$.

Aufl. $x = 61^0\,43'$ oder $x = 298^0\,17'$.

780. Aufg. Aus folgenden für den Halbmesser $= \frac{3}{5}$ gegebenen trigonometrischen Linien die zugehörigen Winkel (in den ersten vier Quadranten) nach der Sexagesimaleintheilung zu suchen.

1) $\cos\text{vers}\, x = 0{,}43193502$.

Aufl. $x = 16^0\,16'$ oder $x = 163^0\,44'$.

2) $\cos\text{vers}\, x = 0{,}01889352$.

Aufl. $x = 75^0\,35'$ oder $x = 104^0\,25'$.

3) $\cos\text{vers}\, x = 0{,}20216658$.

Aufl. $x = 41^0\,32'$ oder $x = 138^0\,28'$.

4) $\cos\text{vers}\, x = 0{,}68471352$.

Aufl. $x = 188^0\,7'$ oder $x = 351^0\,53'$.

5) $\cos\text{vers}\, x = 0{,}79852824$.

Aufl. $x = 199^0\,19'\,20''$ oder $x = 340^0\,40'\,40''$.

781. Aufg. Von welchem Winkel (x) ist der Sinus so lang, als der vierte Theil von dem Halbmesser des zugehörigen Kreises?

Aufl. $x = 14^0\,28'\,39''$ oder $x = 165^0\,31'\,21''$.

782. Aufg. Von welchem Winkel (x) ist der Cosinus so lang, als der sechste Theil von dem Radius des zugehörigen Kreises?

Aufl. $x = 80^0\,25'\,38{,}7''$ oder $x = 279^0\,34'\,21{,}3''$.

783. Aufg. Von welchem Winkel (x) ist die Tangente $1\frac{1}{2}$ mal so groß, als der Radius des zugehörigen Kreises?

Aufl. $x = 56^0\,18'\,36''$ oder $x = 236^0\,18'\,36''$.

784. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist die Cotangens dreimal so lang, als der Radius des zugehörigen Kreises?

Aufl. $\alpha = 18^0\,26'\,6''$.

785. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist die Sekante 7 mal so lang, als der Halbmesser des zugehörigen Kreises?

Aufl. $\alpha = 81^0\,47'\,12''$.

786. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist die Cosekante $90\frac{1}{2}$ mal größer, als der Halbmesser des zugehörigen Kreises?

Aufl. $\alpha = 37'\,59{,}3''$.

787. Aufg. Man suche den spitzen Winkel (x), dessen Sinus halb so lang als sein Cosinus ist.

Aufl. $x = 26^0\,33'\,54''$.

788. Aufg. Von welchem Winkel (x) ist die Tangens 4 mal so lang als der Sinus?

Aufl. $x = 75^0\,31'\,21''$.

789. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (x) sind Sinus und Cotangente einander gleich?

Aufl. $x = 51^0\,49'\,38''$.

790. Aufg. Von welchem Winkel (x) wird die Sekante ebenso lang sein, als der Sinus?

Aufl. $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{-\frac{3}{4}}}$; d. h. von keinem Winkel.

791. Aufg. Bei welchem positiven spitzen Winkel (x) ist der Sinus dem dritten Theile der Sekante gleich?

Aufl. $x = 20^0 54' 20''$ oder $x = 69^0 5' 41''$.

792. Aufg. Von welchem Winkel (x) ist der Sinus so lang, als die Cosekante?

Aufl. $x = 90^0$ oder $x = 270^0$.

793. Aufg. Von welchem spitzen positiven Winkel (x) ist die Cosekante doppelt so lang, als der Sinus?

Aufl. $x = 45^0$.

794. Aufg. Man untersuche, für welchen Winkel (x) der Sinus und der Sinus versus gleich lang sind?

Aufl. $x = 90^0$.

795. Aufg. Von welchem positiven Winkel (x) verhält sich der Sinus zum Sinus versus, wie 2 zu 3?

Aufl. $x = 112^0 37' 12''$.

796. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (x) sind der Sinus und Cosinus versus einander gleich?

Aufl. $x = 30^0$.

797. Aufg. Von welchem converen Winkel (x) ist der Cosinus versus dem dreifachen Sinus gleich, wenn die Lage nicht berücksichtiget wird?

Aufl. $x = 330^0$ oder $x = 210^0$.

798. Aufg. Von welchem spitzen positiven Winkel (x) ist der Cosinus so lang, als die Tangens?

Aufl. $x = 38^0 10' 22''$.

799. Aufg. Von welchem stumpfen Winkel (x) beträgt die Länge der Tangens nur den fünften Theil von der des Cosinus?

Aufl. $x = 168^0 53' 47''$.

800. Aufg. Bei welchem spitzen Winkel (x) verhalten sich Cosinus und Cotangens zu einander, wie 4 zu 7?

Aufl. $x = 34^0 51'$.

801. Aufg. Von welchem Winkel (x) sind Cosinus und Sekans einander gleich?

Aufl. $x = 0^0$ oder $x = 180^0$.

802. Aufg. Von welchen hohlen Winkeln (x) ist der Cosinus dem neunten Theile von der Sekans gleich?

Aufl. $x = 70^0 31' 44''$ oder $x = 109^0 28' 16''$.

803. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) ist der Cosinus nur halb so lang als die Cosekans?

Aufl. $x = 45^0$.

804. Aufg. Für welchen Winkel (x) sind Cosinus und Sinus versus einander gleich?

Aufl. $x = 60^0$.

805. Aufg. Von welchem converen Winkel (x) ist der Cosinus halb so lang, als der Cosinus versus?

Aufl. $x = 323^0 7' 48''$.

806. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) ist der Cosinus $m = 10$mal so lang, als der Cosinus versus?

Aufl. $x = \arcsin \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} = 78^0 34' 44''$.

807. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (x) verhält sich die Tangens zur Sekans, wie 4 zu 5?

Aufl. $x = 53^0 7' 48''$.

808. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) ist die Tangens der doppelten Cotangens gleich?

Aufl. $x = 54^0 44' 8''$.

809. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) ist die Cotangens 4mal so lang, als die Sekans?

Aufl. $x = 13^0 39' 16{,}5''$.

810. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) verhält sich die Cotangens zur Cosekans, wie 5 zu 13?

Aufl. $x = 67^0 22' 49''$.

811. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) ist die Sekans 8mal so lang, als die Cosekans?

Aufl. $x = 82^0 52' 30''$.

812. Aufg. Von welchen spitzen Winkeln (x) ist die Sekans 6 mal so lang, als der Sinus versus?

Aufl. $x = 77^0\,48'$ oder $x = 37^0\,56'\,17''$.

813. Aufg. Für welche spitze Winkel (x) ist die Cosekans 100 mal so lang, als der Cosinus versus?

Aufl. $x = 34'\,43{,}7''$ oder $x = 81^0\,50'\,56''$.

814. Aufg. Von welchem hohlen Winkel (x) übertrifft der Sinus versus den Cosinus versus um die Länge des Halbmessers?

Aufl. $x = 90^0$.

815. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (x) wird der Sinus versus von dem Cosinus versus um den halben Radius übertroffen?

Aufl. $x = 24^0\,17'\,43''$.

816. Aufg. Für welchen converen Winkel (α) verhalten sich Sinus und Cosinus zu einander, wie a zu b?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin}\left(-\sqrt{\frac{a^2}{a^2+b^2}}\right)$.

817. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist der Sinus dem m^{ten} Theile der Tangens gleich?

Aufl. $\alpha = \text{arc cos}\,\frac{1}{m}$.

818. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) verhält sich der Sinus zur Cotangens, wie a zu b?

Aufl. $\alpha = \text{arc cos}\,\frac{-a+\sqrt{a^2+4b^2}}{2b}$.

819. Aufg. Von welchem converen Winkel (α) ist die Sekans m mal so lang als der Sinus?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin}\left(-\sqrt{\frac{m \pm \sqrt{m^2-4}}{2m}}\right)$.

820. Aufg. Von welchem stumpfen Winkel (α) ist der Sinus um a kürzer, als die Cosekans?

Aufl. $\alpha = 180^0 - \text{arc sin}\,\frac{-a+\sqrt{a^2+4}}{2}$.

821. Aufg. Von welchem Winkel (α) ist der Sinus versus um m kürzer, als der Sinus für den Radius = r?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{m + r \pm \sqrt{r^2 - 2mr - m^2}}{2}$.

822. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) verhält sich der Sinus zum Cosinus versus, wie m zu n für den Halbmesser = r?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{mr}{m + n}$.

823. Aufg. Von welchem concaven Winkel (α) ist die Tangens m mal so groß, als der Cosinus?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{-1 + \sqrt{4m^2 + 1}}{2m}$.

824. Aufg. Für welchen stumpfen Winkel (α) verhält sich der Cosinus zur Sekans, wie 1 zu m?

Aufl. $\alpha = \text{arc cos} \left(-\sqrt{\frac{1}{m}}\right)$.

825. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) verhält sich der Cosinus zur Cosekans, wie a zu b?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \left(\sqrt{\frac{b + 2a}{4b}} \pm \sqrt{\frac{b - 2a}{4b}}\right)$.

826. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist die Cotangens m mal so lang, als die Sekans?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{-m + \sqrt{m^2 + 4}}{2}$.

827. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) verhalten sich Sekans und Cosekans zu einander, wie a zu b?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \sqrt{\frac{a^2}{a^2 + b^2}}$.

828. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist der Sinus so lang, als der m fache Cosinus vom doppelten Winkel (2α)?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{-1 + \sqrt{8m^2 + 1}}{4m}$.

829. Aufg. Von welchem Winkel (α) verhält sich der Sinus zu der Tangens vom doppelten Winkel, wie a zu b?

Aufl. $\alpha = \text{arc cos} \left(\frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{a^2}{4b^2}} \right)$.

830. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) beträgt die Länge der Sekans den m^{ten} Theil von der Länge der Cosekans des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = \text{arc sin} \frac{1}{2m}$.

831. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist der Sinus ebenso lang, als der Cosinus vom doppelten Winkel (2α)?

Aufl. $\alpha = 30^0$.

832. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist der Sinus nur halb so lang, als der Cosinus vom doppelten Winkel?

Aufl. $\alpha = 21^0 18' 14''$.

833. Aufg. Bei welchem spitzen Winkel (α) beträgt der Sinus nur den dritten Theil von der Tangens des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 26^0 43' 42''$.

834. Aufg. Für welchen stumpfen Winkel (α) ist der Sinus so lang, als die Tangens des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 120^0$.

835. Aufg. Für welchen Winkel (α) ist der Sinus nur halb so lang, als der Sinus versus des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 90^0$.

836. Aufg. Für welchen Winkel (α) ist der Sinus doppelt so groß, als der Sinus versus vom doppelten Winkel?

Aufl. $\alpha = 14^0 28' 39''$ oder $\alpha = 165^0 31' 21''$.

837. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist der Sinus 4mal kleiner, als der Cosinus des halb so großen Winkels?

Aufl. $\alpha = 14^0 21' 41{,}4''$.

838. Aufg. Bei welchem spitzen Winkel (α) hat der Cosinus dieselbe Länge, als die Tangens des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 21^0 28' 14''$.

839. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist die halbe Tangens ebenso lang, als der Cosinus des halben Winkels?

Aufl. $\alpha = 60^0$.

840. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist der Cosinus ebenso lang, als der Sinus versus des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 38^0 40' 6''$.

841. Aufg. Für welchen spitzen Winkel (α) ist die Tangens so lang, als die Cosekans vom doppelten Winkel?

Aufl. $\alpha = 45^0$.

842. Aufg. Für welchen stumpfen Winkel (α) ist die Tangens 60mal kleiner, als die Cosekans vom doppelten Winkel?

Aufl. $\alpha = 174^0 45' 45''$.

843. Aufg. Für welchen converen Winkel (α) ist der Cosinus versus so lang, als der Sinus versus des doppelten Winkels?

Aufl. $\alpha = 270^0$.

844. Aufg. Von welchem spitzen Winkel (α) ist die Tangens dem vierten Theile des Radius gleich?

Aufl. $\alpha = 14^0 2' 10''$.

II. Aufgaben

zur Berechnung von Linien, Flächen und Winkeln.

A. Bei Dreiecken.

1. Bei rechtwinkeligen Dreiecken.

Es bezeichne C den rechten Winkel,
c die Hypotenuse,
A, B die spitzen Winkel,
a, b die diesen Winkeln opponirten Katheten,
so gelten für den Sinus totus = 1 folgende Hauptformeln im rechtwinkeligen Dreiecke ABC:

$$c = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos A},$$

$$a = c \sin A = c \cos B = b \operatorname{tang} A = b \cot B,$$

$$b = c \sin B = c \cos A = a \operatorname{tang} B = a \cot A,$$

$$A = \operatorname{arc} \sin \frac{a}{c} = \operatorname{arc} \cos \frac{b}{c} = \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{a}{b} = \operatorname{arc} \cot \frac{b}{a},$$

$$B = \operatorname{arc} \sin \frac{b}{c} = \operatorname{arc} \cos \frac{a}{c} = \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{b}{a} = \operatorname{arc} \cot \frac{a}{b}.$$

a. Bestimmung von Linien.

845. Aufg. Aus der Hypotenuse (c = 348 Fuß) eines rechtwinkeligen Dreieckes (ABC) und dem einen spitzen Winkel (B = 26°) jede Kathete dieses Dreieckes zu suchen.

Aufl. Kleinere Kathete = 152,55 Fuß;
Größere Kathete = 312,78 „ .

846. Aufg. Aus der Hypotenuse (c = 8 Decimalruthen) eines rechtwinkeligen Dreieckes und dem einen spitzen Winkel (B = 50° 10′) die anliegende Kathete (a) zu berechnen.

Aufl. Kathete = 5,1245 Decimalruthen.

847. Aufg. Aus einer Kathete (a = 26 Zoll) eines rechtwinkeligen Dreieckes und dem derselben opponirten Winkel (A = 15° 18′) die Hypotenuse zu berechnen.

Aufl. Hypotenuse = 98,53 Zoll.

848. Aufg. Aus einer Kathete (b = 2008 Meter) eines rechtwinkeligen Dreieckes und dem anliegenden Winkel (A = 38° 36′) die übrigen Dreiecksseiten zu suchen.

Aufl. Hypotenuse = 2569,35 Meter;
Kathete = 1602,96 „ .

849. Aufg. Die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes aus einem spitzen Winkel (A = 49° 20′) und der demselben gegenüber liegenden Kathete (a = 140 Fuß) zu bestimmen.

Aufl. Hypotenuse = 184,57 Fuß.

850. Aufg. Die Höhe (BC) eines senkrechten Thurmes aus einer gegebenen bis zu dem Fuße des 20 Fuß dicken runden Thurmes reichenden Horizontallinie (AE = 83 Fuß) und dem Winkel (A = 73° 15′), unter welchem die Höhe dieses Thurmes am Anfange dieser Linie erscheint, zu berechnen.

Aufl. Kathete = 309,005 Fuß.

851. Aufg. Wie breit ist eine Straße, an deren einen Seite ein Thurm steht, von welchem aus in einer Höhe von 83 Fuß der gegenüberliegende Straßenrand sich unter einem Depressionswinkel von 55° 36′ zeigt?

Aufl. Kathete = 56,83 Fuß.

b. Bestimmung vom Flächeninhalte.

852. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt die eine Kathete $b = 318$ Fuß und der anliegende spitze Winkel hält $A = 42^0\,12'$. Wie viel beträgt die Fläche (s) dieses Dreieckes?

Aufl. $s = \frac{b^2}{2} \operatorname{tang} A = 45846{,}82$ □ Fuß.

853. Aufg. Welche Fläche (s) hat ein rechtwinkeliges Dreieck, in welchem die Hypotenuse $c = 496$ Fuß mißt und ein spitzer Winkel $\alpha = 51^0\,51'$ hält?

Aufl. $s = \frac{c^2}{2} \sin \alpha \,.\, \cos \alpha = 59754{,}15$ □ Fuß.

854. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt der vom Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefällte Perpendikel $h = 8$ Ruthen und der eine spitze Winkel von dem gegebenen Dreiecke hält $A = 54^0\,7'$. Man berechne die Fläche (s) des gegebenen Dreieckes.

Aufl. $s = \frac{h^2}{2 \sin A \,.\, \cos A} = 67{,}3833$ □ Ruthen.

855. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt der vom Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefällte Perpendikel $h = 18$ Ruthen 4 Fuß 8 Zoll (Decimalmaß) und der rechte Winkel ist dadurch in zwei spitze Winkel zerlegt worden, die sich wie 1 zu 2 zu einander verhalten. Wie groß ist die Fläche (s) dieses Dreieckes?

Aufl. $s = \frac{h^2}{\cos 30^0} = \frac{2}{3} h^2 \sqrt{3} = 394{,}3423$ □ Ruthen.

856. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke ist durch einen vom Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefällten Perpendikel der rechte Winkel in zwei spitze Winkel getheilt worden, die sich zu einander wie 2 zu 3 verhalten. Welche Fläche (s) hat das gegebene Dreieck, wenn der gefällte Perpendikel $h = 7$ Fuß 7 Decimalzoll mißt?

Aufl. $s = \frac{h^2}{2 \sin 54 \,.\, \cos 54} = 52{,}5573$ □ Fuß.

c. Bestimmung von Winkeln.

857. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt die Hypotenuse c = 478 Meter und ist noch einmal so lang als die eine der beiden Katheten. Man bestimme den Winkel (A), der diese gegebenen Linien zu Schenkeln hat.

Aufl. $A = 60^0$.

858. Aufg. Aus der Hypotenuse (c = 7 Meilen) und der einen Kathete (a = $5\frac{1}{3}$ Meilen) eines rechtwinkeligen Dreieckes die spitzen Winkel desselben (A und B) auf Sekunden genau zu berechnen.

Aufl. $A = 49^0\,37'\,56{,}7''$ und
$B = 40^0\,22'\,3{,}3''$.

859. Aufg. Aus den gegebenen Katheten (a = 9 und b = 13 Fuß) eines rechtwinkeligen Dreieckes jeden spitzen Winkel (A und B) desselben zu bestimmen.

Aufl. $A = 55^0\,18'\,17{,}4''$ und
$B = 34^0\,41'\,42{,}6''$.

860. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt die eine Kathete a = 76 Fuß und die andere b = 97 Fuß. Wie viele Grade, Minuten und Sekunden hat der Winkel, welcher der größern Kathete gegenüber liegt?

Aufl. $B = 51^0\,55'\,16''$.

861. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt die Hypotenuse c = 65 Ruthen und die eine Kathete a = 39 Ruthen. Wie groß ist der dieser Kathete opponirte Winkel A?

Aufl. $A = 36^0\,52'\,11{,}6''$.

862. Aufg. Eine Straße steigt bei je 500 Fuß um $30\frac{1}{2}$ Fuß. Welcher Böschungswinkel (α) kommt ihr zu?

Aufl. $\alpha = 3^0\,29'\,50''$.

863. Aufg. Unter welchem Böschungswinkel (α) steigt eine Kunststraße, wenn durchgängig die Steigung dem zehnten Theile der Straßenlänge gleichkommt?

Aufl. $\alpha = 5^0\,44'\,21''$.

864. Aufg. Welche Abweichung (α) vom Horizonte hat die neue Straße über den Berg Bernina, wenn sie durchgängig 8 Procent Steigung hat?

Aufl. $\alpha = 4^0 35' 19''$.

865. Aufg. Unter welchem Winkel (x) oder, was dasselbe ist, unter welcher scheinbaren Größe repräsentirt sich ein 6 Fuß hoher Mann einem ebenso großen Beobachter, welcher von ihm 8700 Fuß entfernt ist, wenn beide auf derselben horizontalen Ebene sich befinden und von der Strahlenbrechung Umgang genommen wird?

Aufl. $x = 0^0 2' 22''$.

866. Aufg. Von dem Fenster eines Hauses aus betrachtet ein Auge die Spitze und den Fußpunkt eines benachbarten Thurmes. Unter welchem Winkel (x) wird dem Auge die Höhe dieses Thurmes erscheinen, wenn dieselbe 180 Fuß beträgt? Das Auge selbst befindet sich 28 Fuß über dem Niveau des Fußes des Thurmes und ist von der Mitte des senkrechtstehenden Thurmes 496 Fuß entfernt.

Aufl. $x = 20^0 16'$.

867. Aufg. Eine Allee ist geradlinig, durchaus 12 Fuß weit und 500 Fuß lang; 16 Fuß vor dem Anfange der Allee befindet sich in der Verlängerung der Linie, welche die Allee der Länge nach halbirt, das Auge eines Beobachters. Unter welchem Gesichtswinkel (φ) erscheint ihm der Anfang, und unter welchem (ψ) das Ende dieser Allee?

Aufl. $\varphi = 41^0 6' 44''$ und $\psi = 1^0 19' 56''$.

2. Bei gleichschenkeligen Dreiecken.

Es bezeichne b die Grundlinie,
a einen Schenkel,
B den Winkel an der Spitze,
A einen Winkel an der Grundlinie,
h die Höhe und
s die Fläche eines gleichschenkeligen Dreieckes,

so gelten für sinus totus = 1 hier folgende Hauptformeln:

$$b = 2a\cos A = 2a\sin\tfrac{1}{2}B,$$

$$a = \frac{b}{2\cos A} = \frac{b}{2\sin\frac{1}{2}B},$$

$$h = a\sin A = \tfrac{1}{2}b\,\mathrm{tang}\,A = \tfrac{1}{2}b\cot\tfrac{1}{2}B,$$

$$A = \mathrm{arc}\cos\frac{b}{2a} \text{ u. s. f.}$$

$$B = 2\,\mathrm{arc}\sin\frac{b}{2a} \text{ u. s. w.}$$

$$s = \frac{ab}{2}\sin A = \frac{b^2}{4}\mathrm{tang}\,A = \frac{a^2}{2}\sin 2A = \frac{ab}{2}\cos\tfrac{1}{2}B.$$

a. Bestimmung von Linien.

868. Aufg. Aus dem gegebenen Schenkel ($a = 23{,}8$ Ruthen) eines gleichschenkeligen Dreieckes und dem Winkel an der Spitze ($B = 108^0\,16'$) die Grundlinie dieses Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Grundlinie = 38,574 Ruthen.

869. Aufg. Aus dem gegebenen Schenkel ($a = 385$ Fuß) eines gleichschenkeligen Dreieckes und einem Winkel an der Grundlinie ($A = 62^0\,35'$) die Grundlinie selbst zu bestimmen.

Aufl. Grundlinie = 354,55 Fuß.

870. Aufg. Aus der Grundlinie ($b = 7{,}83$ Fuß) eines gleichschenkeligen Dreieckes und einem anliegenden Winkel ($A = 71^0\,50'$) den ganzen Umfang des Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Umfang = 32,9436 Fuß.

871. Aufg. Aus der Grundlinie ($b = 10$ Klafter) eines gleichschenkeligen Dreieckes und dem Winkel an der Spitze ($B = 75^0\,13'$) den Umfang dieses Dreieckes zu bestimmen.

Aufl. Umfang = 47,4956 Klafter.

872. Aufg. Welchen Durchmesser hat der Mond, wenn er 51744 geograph. Meilen von uns absteht und eine Kugel ist, deren Durchmesser unter einem Winkel von 31′ 26″ erscheint?

Aufl. Durchmesser = 473,12 geograph. Meilen.

873. Aufg. Wie weit müßte unser Mond, dessen Durchmesser 473 geograph. Meilen mißt, entfernt sein, damit er nur mehr eine scheinbare Größe von 1 Sekunde hätte?

Aufl. Abstand = 97563244 geograph. Meilen, d. i. in der Nähe des Planeten Jupiter.

874. Aufg. Der Bogen eines Kreissegmentes hält $272\frac{4}{5}$ Sexagesimalgrade und die Sehne mißt 5 Ruthen. Welche Länge hat der zugehörige Pfeil?

Aufl. Pfeil = $6\frac{1}{4}$ Ruthen.

b. Bestimmung vom Flächeninhalte.

875. Aufg. Die Grundlinie eines gleichschenkeligen Dreieckes mißt $b = 500$ Fuß und der eine Winkel an derselben hält $A = 62^0\,36'$. Welchen Flächeninhalt hat dieses Dreieck?

Aufl. Fläche = 120574,7 □ Fuß.

876. Aufg. Bei einem gleichschenkeligen Dreiecke mißt ein Schenkel 153 Meter, und ein Basiswinkel hält $57^0\,57'$. Welchen Flächeninhalt hat nun dieses Dreieck?

Aufl. Fläche = 10528,87 □ Meter.

877. Aufg. Die Basis eines gleichschenkeligen Dreieckes mißt 12 Meter $5\frac{1}{2}$ Centimeter, und der ihr gegenüberliegende Winkel hält $50^0\,36'$. Welchen Flächeninhalt hat dieses Dreieck?

Aufl. Fläche = 76,8583 □ Meter.

878. Aufg. Der Winkel an der Spitze eines gleichschenkeligen Dreieckes hält $29^0\,29'$, und ein Schenkel mißt 6 Decimalruthen und 6 Klafter. Wie viel beträgt der Flächeninhalt dieses Dreieckes?

Aufl. Fläche = 2267,92 □ Fuß.

879. Aufg. In einem gleichschenkeligen Dreiecke mißt der von dem Scheitel eines Basiswinkels auf den gegenüberliegenden Schenkel gefällte Perpendikel $a = 7$ Ruthen 5 Decimalzoll. Welche Fläche hat das Dreieck, wenn der Winkel an der Spitze des Dreieckes $B = 32^0\,32'$ hält?

Aufl. Fläche $= \frac{a^2}{2}\,(\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B + \cot B)$

$= 46{,}21$ □ Ruthen.

880. Aufg. In einem gleichschenkeligen Dreiecke mißt der von dem Scheitel eines Basiswinkels auf den gegenüberliegenden Schenkel gefällte Perpendikel a = 15 Dekameter und 15 Decimeter. Welche Fläche hat das Dreieck, wenn ein Basiswinkel A = 80° 60′ nach der Centesimaleintheilung hält?

Aufl. $\text{Fläche} = \frac{a^2}{2} (\cot B + \cot [180 - 2B])$
$= 20047,98 \square$ Meter.

c. Bestimmung von Winkeln.

881. Aufg. In einem gleichschenkeligen Dreiecke mißt ein Schenkel 336 Fuß, und die Grundlinie 190 Fuß. Wie groß ist der Winkel an der Spitze?

Aufl. Winkel = 32° 50′ 50″.

882. Aufg. In einem gleichschenkeligen Dreiecke ist jeder Schenkel dreimal so lang, als die Grundlinie. Wie groß ist nun der eine von den Basiswinkeln?

Aufl. Winkel = 80° 24′ 21,4″.

883. Aufg. Die Höhe eines Dachstuhles beträgt 35 Fuß, und die Länge eines jeden Dachsparren 47 Fuß. Unter welchem Winkel stoßen am Firste je zwei Dachsparren zusammen?

Aufl. Winkel = 83° 44′.

884. Aufg. Die Höhe eines Dachstuhles beträgt 42 Fuß und die Breite desselben 30 Fuß. Unter welchem Winkel stoßen die beiden gleichen Seiten dieses Satteldaches am Firste aneinander?

Aufl. Winkel = 39° 18′ 27,6″.

885. Aufg. In einem gleichschenkeligen Dreiecke verhält sich die Höhe zur Grundlinie, wie 2 zu 9. Wie heißen die Winkel dieses Dreieckes?

Aufl. Winkel an der Spitze = 132° 4′ 30″;
" " " Basis = 23° 57′ 45″.

3. Bei ungleichseitigen Dreiecken.

Es bezeichne a, b, c die drei Seiten,

m die halbe Summe dieser Seiten $= \frac{a+b+c}{2}$,

s den Flächeninhalt und

A, B, C die drei Winkel eines Dreieckes überhaupt,

so gelten für Sinus totus = 1 folgende Hauptformeln:

$$a : b = \sin A : \sin B$$

$$a : c = \sin A : \sin(A+B)$$

$$a + b : a - b = \operatorname{tang} \frac{A+B}{2} : \operatorname{tang} \frac{A-B}{2}$$

$$s = \frac{ab}{2} \sin(A+B) = \frac{ab}{2} \sin C$$

$$= \frac{c^2 \sin A \cdot \sin B}{2 \sin(A+B)}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(m-b)(m-c)}{bc}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{m(m-a)}{bc}}.$$

a. Bestimmung von Linien.

886. Aufg. Aus der gegebenen kleinsten Seite (a = 132 Fuß) eines stumpfwinkeligen Dreieckes und den beiden spitzen Winkeln (A = 17° 18′ und C = 41° 14′) die fehlenden zwei Dreiecksseiten zu bestimmen.

Aufl. Die eine Seite = 292,576 Fuß,
die andere Seite = 378,608 Fuß.

887. Aufg Aus der gegebenen größten Seite (c = 580 Fuß) und zwei gegebenen Winkeln desselben Dreieckes (C = 96° 15′ und B = 48° 11′) die übrigen zwei Seiten des Dreieckes zu suchen.

Aufl. Die eine Seite = 339,374 Fuß,
die andere Seite = 434,848 Fuß.

888. Aufg. Aus einer gegebenen Seite ($a = 8$ Ruthen) eines Dreieckes, dem ihr opponirten Winkel ($A = 37^0\,25'$) und dem einen anliegenden Winkel ($B = 67^0\,33'$) die beiden andern Seiten dieses Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Die eine Seite = 12,1685 Ruthen,
die andere Seite = 12,7197 Ruthen.

889. Aufg. Aus einer gegebenen Seite ($a = 72$ Fuß) eines Dreieckes und den beiden anliegenden Winkeln ($B = 48^0\,24'$ und $C = 104^0\,36'$) die andern zwei Dreiecksseiten zu bestimmen.

Aufl. Die eine Seite = 118,596 Fuß,
die andere Seite = 153,472 Fuß.

890. Aufg. Der Ort A ist von dem Orte B um 6 Meilen und von dem Orte C um $18\frac{1}{2}$ Meilen entfernt. Wie weit steht sodann B von C ab, da die Weite BC mit der Weite BA einen Winkel von $115^0\,20'$ bildet?

Aufl. Abstand = 15,12 Meilen.

891. Aufg. Aus zwei gegebenen Dreiecksseiten ($b = 6$ und $c = 7\frac{3}{4}$ Stunden) und dem der größern von den gegebenen Seiten gegenüberliegenden Winkel ($C = 49^0\,9'$) die dritte Seite dieses Dreieckes zu ermitteln.

Aufl. Seite = 6,163 Stunden.

892. Aufg. In einem Dreiecke mißt eine Seite 7 Ruthen 3 Fuß 7 Zoll und eine andere Seite 5 Ruthen 5 Zoll (Decimalmaß), und der letzterer Seite opponirte Winkel hält $25^0\,50'$. Wie viel beträgt der Perimeter dieses Dreieckes, wenn die gegebenen zwei Seiten unter sich einen stumpfen Winkel bilden?

Aufl. Umfang = 22 Ruthen 9 Fuß 5 Zoll.

893. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten ($b = 1835$ und $c = 1159$ Fuß) und dem der kleinern von den gegebenen Seiten opponirten Winkel ($C = 16^0\,35'$) eines Dreieckes die dritte Seite desselben zu bestimmen.

Aufl. Seite = 2792,59 Fuß, oder auch
Seite = 724,749 Fuß.

894. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten ($b = 7$ und $c = 11$ Meter) und dem von ihnen gebildeten Winkel ($A = 60^0 18'$) die dritte Seite (a) des Dreieckes unmittelbar zu finden.

Aufl. $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A} = 9{,}6798$ Meter.

895. Aufg. Aus einem gegebenen Visirwinkel ($A = 108^0 40'$) und dessen Schenkeln ($AB = 712$ und $AC = 1860$ Ruthen die dem Visirwinkel opponirte Seite des zugehörigen Dreieckes mittelbar zu suchen.

Aufl. Seite = 2194,14 Ruthen.

896. Aufg. Aus einem gegebenen Winkel ($A = 35^0 15'$) und dessen Schenkeln ($AB = 108$ und $AC = 192$ Fuß) die dritte Seite des zugehörigen Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Seite = 121,08 Fuß.

897. Aufg. Der Ort A ist von dem Orte B durch einen Berg getrennt. Ein (dritter) Punkt C ist von A um 2768 und von B um 5977 Ruthen entfernt, und diese gemessenen Linien stoßen unter einem Winkel von 148 Centesimalgraden zusammen. Wie weit ist nun der Ort A von dem Orte B entfernt?

Aufl. Abstand = 8126,3 Ruthen.

b. Bestimmung vom Flächeninhalte.

898. Aufg. Aus einer gegebenen Seite ($c = 200$ Fuß) und den beiden anliegenden Winkeln ($A = 41^0$ und $B = 58^0 59'$) eines Dreieckes dessen Flächeninhalt zu berechnen.

Aufl. $\text{Fläche} = \frac{c^2}{2} \cdot \frac{\sin A \cdot \sin B}{\sin(A + B)}$
$= 11417{,}97 \ \square$ Fuß.

899. Aufg. Aus einer gegebenen Seite ($AC = 308$ Ruthen), dem ihr gegenüberliegenden Winkel ($B = 102^0 7'$) und einem anliegenden Winkel ($A = 70^0 3'$) eines Dreieckes dessen Fläche zu bestimmen.

Aufl. Fläche = 6215,12 $\square$ Ruthen.

900. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten ($a = 326$ Fuß und $b = 65$ Ruthen 8 Fuß, Decimalmaß) nebst dem Winkel ($C = 82^0 40'$),

welcher die gegebenen zwei Seiten zu Schenkeln hat, den Flächeninhalt des zugehörigen Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Fläche = 106376,68 □ Fuß.

901. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten (b = 1182 Decimal-Ruthen = 4 Fuß, und c = 7289 Fuß) eines Dreieckes, nebst dem der erstern von den gegebenen Seiten opponirten Winkel (B = 115° 34′) die Fläche dieses Dreieckes nach bayer. Tagwerken zu suchen.

Aufl. Fläche = 549,206 Tagwerk.

902. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten (BC = 155 Ruthen, AB = 380 Ruthen 7 Fuß, Duodecimalmaß) eines Dreieckes und dem der letztern von den gegebenen Seiten opponirten Winkel (C = 64° 45′) die Fläche dieses Dreieckes nach bayer. Tagwerken zu bestimmen.

Aufl. Fläche = 105,97 bayer. Tagwerk.

903. Aufg. In einem ungleichseitigen stumpfwinkeligen Dreiecke ist die kleinste Seite 6 Zoll und die mittlere Seite 16 Zoll lang, während der stumpfe Winkel 108° 15′ hält. Man suche die Fläche dieses Dreieckes.

Aufl. Fläche = 45,58 □ Zoll.

904. Aufg. Eine Waldung hat die Form eines irregulären Dreieckes. Ein Feldmesser visirt von einem Ecke aus nach den beiden benachbarten Ecken, läßt die Visirlinien (AC = 132 Ruthen, AB = 178 Ruthen) messen und notirt sich den beobachteten Visirwinkel (A = 100° 14′). Welcher Flächeninhalt entziffert sich hieraus für diese Waldparzelle, wenn das Decimalmaß angewendet worden?

Aufl. Fläche = 11561 □ Ruthen.

c. Bestimmung von Winkeln.

905. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten (b = 85 und c = 173 Fuß) und dem der größern von den gegebenen Seiten opponirten Winkel (C = 86° 48′) eines Dreieckes den der kleinern Seite gegenüberliegenden Winkel (B) zu suchen.

Aufl. Winkel = 29° 22′ 39″.

906. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten ($b = 2\frac{1}{2}$ und $c = 3\frac{1}{8}$ Meilen) nebst dem der kleinern von den gegebenen Seiten opponirten Winkel ($B = 51^0\,43'$) eines spitzwinkeligen Dreieckes den der größern Seite gegenüberliegenden Winkel (C) zu berechnen.

Aufl. Winkel $= 78^0\,52'\,16''$.

907. Aufg. Aus zwei Seiten ($b = 88$ und $c = 100$ Ruthen) und dem der kleinern von den gegebenen zwei Seiten gegenüberliegenden Winkel ($B = 31^0\,39'$) eines Dreieckes den von den gegebenen Seiten eingeschlossenen Winkel (A) zu suchen.

Aufl. Winkel $= 4^0\,57'\,15''$, oder auch
Winkel $= 111^0\,44'\,45''$.

908. Aufg. In einem spitzwinkeligen Dreiecke mißt die Seite $b = 284$ Fuß, der ihr gegenüberliegende Winkel $B = 64^0\,16'$ und der eine seiner Schenkel $a = 308$ Fuß. Man suche den diesem Schenkel opponirten Winkel (A).

Aufl. Winkel $= 77^0\,40'\,28''$.

909. Aufg. Aus zwei Seiten ($b = 318$ und $c = 520$ Meter) und dem der größern von den gegebenen Seiten gegenüberliegenden Winkel ($C = 96^0\,27'$) eines Dreieckes den von den gegebenen Seiten gebildeten Winkel (A) zu berechnen.

Aufl. Winkel $= 46^0\,7'\,44''$.

910. Aufg. Aus den drei gegebenen Seiten ($a = 7$, $b = 9$ und $c = 11$ Ruthen) eines Dreieckes den Winkel zu berechnen, welcher der kleinsten von den gegebenen Seiten opponirt ist.

Aufl. Winkel $= 39^0\,24'\,2''$.

911. Aufg. Aus den drei gegebenen Seiten eines Dreieckes ($a = 36$, $b = 53$ und $c = 72$ Fuß) den der größten von diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. Winkel $= 106^0\,25'\,20''$.

912. Aufg. Aus den gegebenen Seiten ($a = 13$, $b = 84$ und $c = 85$ Meter) eines Dreieckes den der größten von diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel zu suchen.

Aufl. Winkel $= 90^0$.

913. Aufg. Aus den drei gegebenen Seiten (a = 218, b = 460 und c = 580 Fuß) eines Dreieckes einen jeden der drei Winkel desselben zu bestimmen.

Aufl. Winkel A = 20° 17′ 39″,
Winkel B = 47° 2′ 36″ und
Winkel C = 112° 39′ 45″.

914. Aufg. Die drei Seiten eines Dreieckes (ABC) verhalten sich zu einander, wie die Zahlen 5, 12 und 13. Man bestimme nun die drei Winkel desselben.

Aufl. Winkel A = 67° 22′ 48,5″,
Winkel B = 22° 37′ 11,5″ und
Winkel C = 90°.

915. Aufg. Man bestimme die drei Winkel eines Dreieckes (ABC), in welchem die erste Seite $1\frac{1}{3}$ mal und die zweite $1\frac{2}{3}$ mal so lang ist, als die dritte.

Aufl. Winkel A = 53° 7′ 48″,
Winkel B = 36° 52′ 12″ und
Winkel C = 90°.

916. Aufg. In einem Dreiecke verhält sich die kleinste Seite zur mittlern, wie 4 zu 9, und diese zur größten wie 3 zu 4. Man suche den der größten Seite opponirten Winkel dieses Dreieckes.

Aufl. Winkel = 130° 45′ 5″.

917. Aufg. Man suche aus den drei Seiten (a = 7, b = 8 und c = 9 Meilen) die den beiden ersten der gegebenen Seiten opponirten Winkel (A und B).

Aufl. Winkel A = 48° 11′ 23″,
Winkel B = 58° 24′ 42″.

4. Gemischte Aufgaben über Dreiecke.

918. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten (a = 56 Fuß und b = 47 Fuß) eines Dreieckes und dem von diesen Seiten gebildeten Winkel (C = 79° 19′) die dritte Dreiecksseite zu bestimmen.

Aufl. Seite = 66,0996 Fuß.

919. Aufg. Die Entfernung (AB) zweier Punkte zu bestimmen, wenn ein dritter Punkt (C) von dem einen dieser Punkte

120 Fuß und von dem andern 176 Fuß absteht, und beide Abstände unter einem Winkel von 63° 44′ in dem dritten Punkte zusammenstoßen.

Aufl. Abstand **AB** = 163,348 Fuß.

920. Aufg. Von drei Dörfern (**A B** und **C**) ist **A** mit **C** durch eine $2\frac{7}{8}$ und **B** mit **C** durch eine $1\frac{9}{16}$ Meilen lange geradlinige Straße verbunden. Man soll nun die beiden Dörfer **A** und **B** ebenfalls durch eine solche Straße verbinden. Wie lang wird diese werden, wenn die zwei an ihr liegenden Winkel des auf diese Weise entstandenen Dreieckes zusammen 82° 52′ betragen?

Aufl. Seite = 3,4384 Meilen.

921. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten (**b** = 3 und **c** = 5 Meter) eines Dreieckes und dem an dem Durchschnittspunkte dieser Linien befindlichen Außenwinkel (α = 115° 7′) sowohl den Umfang als auch den Flächeninhalt dieses Dreieckes zu berechnen.

Aufl. Umfang = 12,6115 Meter,
Fläche = 6,7908 □ Meter.

922. Aufg. Etwa einen Büchsenschuß von einer senkrechten Bergwand entfernt, verliert sich der Fuß dieses Berges in eine Ebene. Auf dieser ward eine gerade Linie, deren Verlängerung die Bergwand senkrecht getroffen hätte, in einer Länge von **a** = 356 Fuß ausgesteckt; hierauf wurden an deren Endpunkten die Elevationswinkel, welche die nach dem oberen Ende der Bergwand gerichteten Visirstrahlen mit jener horizontalen Ebene bildeten, gemessen; der eine betrug α = 28° 15′ und der andere β = 35° 2′. Man berechne die Höhe dieser Bergwand.

Aufl. Höhe $= \frac{a \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)} = 818{,}9$ Fuß.

923. Aufg. Aus einer gegebenen horizontalen Standlinie von 289 Fuß in der Länge und den an den Endpunkten derselben gemessenen Elevationswinkeln, von denen der eine α = 53° 12′ und der andere β = 31° 50′ hält, die in der Ebene dieser Winkel befindliche Höhe eines Thurmes zu berechnen, wenn der Fußpunkt desselben zwar außerhalb der Standlinie aber doch in derselben horizontalen Ebene sich befindet.

Aufl. Höhe = 250,62 Fuß.

924. Aufg. Um die Höhe (CD) eines Thurmes jenseits eines Flusses, über welchen man nicht gelangen kann, zu bestimmen, wählt man diesseits des Flusses dem Ufer entlang eine gerade Standlinie (AB = 1348 Fuß), visirt von den Endpunkten der Standlinie aus nach dem Fußpunkte (D) des Thurmes, der für den gegebenen Fall mit der gewählten Standlinie denselben Horizont habe; hiedurch erhält man die Horizontalwinkel, welche diese Visirlinien mit der Standlinie bilden; der eine betrage DAB = 42° 7′ und der andere DBA = 39° 26′. Endlich beobachtet man noch aus dem einen Endpunkte der gemessenen Standlinie den Elevationswinkel, unter welchem die zu bestimmende Höhe des Thurmes erscheint; dieser in A beobachtete Winkel habe CAD = 18° 47′. Welche Höhe hat nun der Thurm?

Aufl. Höhe = 294,4 Fuß.

925. Aufg. Jenseits eines Flusses, über welchen man nicht gelangen kann, befinden sich zwei Punkte A und B, welche sowohl unter sich als auch mit einer diesseits des Flusses gewählten 3850 Fuß langen Standlinie CD dieselbe horizontale Lage haben. Aus dem einen Endpunkte C dieser Standlinie visirt man nach den jenseits des Flusses gelegenen Punkten A und B und beobachtet mittelst eines hiezu geeigneten Instrumentes die Horizontalwinkel ACB = 36° 44′ und BCD = 31° 15′. Ebenso visirt man auch von dem andern Endpunkte D der Standlinie aus nach denselben Punkten A und B und notirt sich die gemessenen Horizontalwinkel BDA = 66° 18′ und ADC = 34° 40′, welche diese Visirlinien, hier wie dort, theils unter sich, theils mit der gewählten Standlinie bilden. Wie weit ist nun der Punkt A von dem Punkte B entfernt?

Aufl. Entfernung = 3567,01 Fuß.

926. Aufg. Von den Endpunkten einer CD = 225 Ruthen langen geradlinigen Stadtmauer kann man nach der Mitte sowohl des Thurmes A als auch des Thurmes B visiren und dadurch die Horizontalwinkel, welche diese Visirlinien mit der Stadtmauer bilden, bestimmen. Wie weit ist die Mitte des Thurmes A von der Mitte des Thurmes B entfernt, wenn die in C gemessenen Winkel ACD = 82° 40′

und BCD = 36° 22′, dann die in D gemessenen BDC = 70° 54′ und ADC = 22° 12′ betragen?

Aufl. Entfernung = 173,92 Ruthen.

927. Aufg. Es wurden vier aufeinander folgende gerade Linien (AB = 736 Ruthen, BC = 689,4 Ruthen, CD = 520,8 und DE = 712,3 Ruthen), welche den halben Umfang einer Stadt bilden, gemessen, und ebenso die von diesen Linien gebildeten hohlen Winkel (ABC = 68° 38′, BCD = 131° 18′ und einspringend, CDE = 87° 46′). Man berechne hieraus die durch die Endespunkte (A und E) dieses halben Perimeters bezeichnete Breite der Stadt.

Aufl. Breite = 1409,03 Ruthen.

928. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke ist vom Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse ein Perpendikel gefällt, wodurch diese in zwei ungleiche Theile, von welchen der größere 6 Fuß mißt, zerlegt wurde. Welche Länge hat der gezogene Perpendikel, wenn der größere spitze Winkel im gegebenen Dreiecke 53° hält?

Aufl. Perpendikel = 4,5213 Fuß.

929. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke ist von dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse ein Perpendikel gefällt, welcher $3\frac{1}{4}$ Zoll mißt und den rechten Winkel in zwei Winkel theilt, die sich zu einander verhalten wie 3 zu 7. Man suche hieraus den Perimeter des gegebenen Dreieckes.

Aufl. Perimeter = 18,84 Zoll.

930. Aufg. In einem rechtwinkeligen Dreiecke ist von dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse ein Perpendikel, dessen Länge 18 Meter beträgt, gezogen. Wie lang wird die Hypotenuse des gegebenen Dreieckes sein, wenn die beiden spitzen Winkel desselben sich wie 4 zu 5 zu einander verhalten?

Aufl. Hypotenuse = 36,555 Meter.

931. Aufg. Von einem rechtwinkeligen Dreiecke mißt die kleinere Kathete 27 Meter, und der eine spitze Winkel ist dreimal so groß, als der andere. Man berechne die Länge des vom Scheitel

des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefällten Perpendikels, sowie auch die Hypotenuse des gegebenen Dreieckes selbst.

Aufl. Perpendikel = 24,9447 Meter,
Hypotenuse = 70,5544 Meter.

932. Aufg. Man soll den Winkel **CBD** = $43^0 46'$, dessen Scheitel 80 Fuß über der Horizontalebene **ACD** sich befindet, auf diesen Horizont reduciren, wenn die Elevationswinkel **ADB** = 33^0 und **ACB** = $25^0 46'$ betragen.

Aufl. Winkel = 50^0.

B. Bei Vierecken.

Da jedes Viereck sich in zwei Dreiecke zerlegen läßt, so gelten auch hier dieselben Bezeichnungen und Hauptformeln, welche bei den Dreiecken ausgesetzt worden sind.

1. Ueber Parallelogramme.

a. Bestimmung von Linien.

933. Aufg. Die Diagonale eines Rechteckes mißt c = 7 Fuß 7 Decimalzoll und theilt die zwei opponirten Winkel des Viereckes nach dem geometrischen Verhältnisse von m : n (2 : 7). Man berechne die Dimensionen dieses Parallelogramms.

Aufl. Breite $= c \sin \frac{m}{m+n} . 90^0 = 2,63$ Fuß;

Länge $= c . \cos \frac{m}{m+n} . 90^0 = 7,24$ Fuß.

934. Aufg. Aus der Diagonale (d = 6 Zoll) eines Parallelogramms und den anliegenden spitzen Winkeln ($\alpha = 32^0 34'$ und $\beta = 56^0 42'$) die zwei Seiten (a und b) des Parallelogrammes zu bestimmen.

Aufl. Die eine Seite $= \frac{d \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = 3,2299$ Zoll;

die andere Seite $= \frac{d \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 5,015$ Zoll.

935. Aufg. Durch die gegebene Diagonale (d = 1208 Ruthen) eines Parallelogramms wird ein Winkel desselben in zwei ungleiche Winkel zerlegt, von denen der eine $\alpha = 74^0\,38'$ und der andere $\beta = 52^0\,31'$ hält. Man suche die Seiten dieses Viereckes.

Aufl. Die eine Seite $= \frac{d \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = 1461{,}39$ Ruthen;

die andere Seite $= \frac{d \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 1202{,}65$ Ruthen.

936. Aufg. Der gegebene stumpfe Winkel ($A = 117^0\,50'$) eines Parallelogramms wird durch die eine Diagonale, welche d = 3 Meter lang ist, in zwei ungleiche Winkel zerlegt, von denen der eine $\alpha = 29^0\,16'$ hält. Man berechne den Umfang des gegebenen Parallelogramms.

Aufl. Umfang $= \frac{2\,d}{\sin A} (\sin [A - \alpha] + \sin \alpha)$

$= 10{,}0998$ Meter.

937. Aufg. Aus den zwei gegebenen Seiten (a = 11 Zoll und b = 17 Zoll) eines Parallelogramms und dem von ihnen gebildeten hohlen Winkel ($\alpha = 108^0\,40'$) die längere Diagonale dieses Viereckes zu suchen.

Aufl. Diagonale = 23,015 Zoll.

938. Aufg. Aus den zwei gegebenen Seiten (a = 10,43 und b = 15,3 Meter) eines Parallelogramms und dem von ihnen gebildeten hohlen Winkel ($\alpha = 30\frac{1}{4}^0$) die kürzere Diagonale dieses Viereckes durch Rechnung zu finden.

Aufl. Diagonale = 8,196 Meter.

939. Aufg. Aus den zwei gegebenen Seiten (a = 378 Fuß und b = 410 Fuß) eines Parallelogramms nebst einem seiner Außenwinkel ($A = 47^0\,47'$) jede Diagonale dieses Viereckes unmittelbar zu berechnen.

Aufl. Größere Diagonale $= \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos A}$

$= 720{,}595$ Fuß;

kleinere Diagonale $= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos A}$

$= 320{,}485$ Fuß.

b. Bestimmung von Flächen.

940. Aufg. Wie groß ist die Fläche eines Rechteckes, in welchem sich die Diagonalen unter einem Winkel von $\alpha = 115^0\,20'$ schneiden, wenn jede Diagonale d = 230 Fuß mißt?

Aufl. $\text{Fläche} = d^2 \sin(90^0 - \frac{\alpha}{2}) . \cos(90^0 - \frac{\alpha}{2})$

$= \frac{d^2}{2} . \sin(180^0 - \alpha) = 23906{,}4 \;\square$ Fuß.

941. Aufg. Aus dem Winkel ($\alpha = 38^0\,38'$) am Durchschnittspunkte der beiden Diagonalen eines Rechteckes und der ihm gegenüberliegenden Rechtecksseite (a = 49 Fuß) die Fläche des Rechteckes zu berechnen.

Aufl. $\text{Fläche} = a^2 \cot \frac{1}{2}\alpha = 6849{,}79 \;\square$ Fuß.

942. Aufg. Durch die Diagonalen eines Viereckes wird jeder Viereckswinkel in zwei Winkel getheilt, welche sich zu einander verhalten wie 4 zu 5. Man suche den Flächeninhalt dieses Viereckes, wenn jede Diagonale desselben d = 7 Ruthen und 8 Decimalzoll mißt.

Aufl. $\text{Fläche} = \frac{1}{2} d^2 \sin 80^0 = 24{,}6824 \;\square$ Ruthen.

943. Aufg. Aus den gegebenen zwei Seiten (a = 10 und b = 16 Fuß) eines Parallelogramms nebst dem von diesen Seiten gebildeten Winkel ($\alpha = 63^0\,40'$) die Fläche dieses Viereckes zu bestimmen.

Aufl. $\text{Fläche} = ab \sin \alpha = 143{,}3965 \;\square$ Fuß.

944. Aufg. Durch die gegebene Diagonale (d = 355 Meter) eines schiefwinkeligen Parallelogramms wird dessen stumpfer Winkel in zwei Winkel getheilt, welche sich zu einander verhalten wie 5 zu 2. Welche Fläche hat das Viereck, wenn der an der gezogenen Diagonale liegende kleinere Winkel $\alpha = 28^0\,58'$ hält?

Aufl. $\text{Fläche} = \frac{d^2 \sin \alpha . \sin 2\frac{1}{2}\alpha}{\sin 3\frac{1}{2}\alpha}$

$= 59349{,}9 \;\square$ Fuß.

945. Aufg. In einem Parallelogramme mißt die eine Seite $b = 72\frac{1}{2}$ Meter, die kürzere Diagonale d = 58 Meter 7 Deci-

meter, und der von diesen zwei Linien gebildete Winkel hält $\alpha = 40^0 45'$. Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Viereckes?

Aufl. Fläche = $b\,d \sin\alpha = 2777{,}98$ □ Meter.

946. Aufg. Aus den gegebenen Diagonalen ($D = 13$ und $d = 9$ Ruthen) eines Parallelogramms nebst dem stumpfen Winkel ($\alpha = 130^0 40'$), unter welchem sich beide Diagonalen schneiden, die Fläche dieses Viereckes zu berechnen.

Aufl. Fläche = $\frac{1}{2} D\,d \sin\alpha = 44{,}373$ □ Ruthen.

947. Aufg. In einem Parallelogramme mißt die kleinere Diagonale 80 Fuß, die größere Vierecksseite 100 Fuß, und der stumpfe Viereckswinkel hält $148^0 20'$. Man bestimme den Flächen-Inhalt dieses Parallelogramms in Duodecimal-Quadratruthen.

Aufl. Fläche = 9,026 □ Ruthen.

948. Aufg. In einem Parallelogramme hält der spitze Viereckswinkel $56^0 51'$; die kleinere Diagonale mißt 13 und die kleinere Vierecksseite 10 Fuß. Man suche den Flächeninhalt dieses Viereckes.

Aufl. Fläche = 129,05 □ Fuß.

949. Aufg. Aus den zwei gegebenen Seiten ($a = 70$ und $b = 87$ Ruthen) und dem davon eingeschlossenen Winkel ($\alpha = 52^0 36'$) eines Parallelogramms den Flächeninhalt eines andern Parallelogramms zu berechnen, welches die Diagonalen des gegebenen Parallelogramms zu Seiten und den gegebenen Winkel ebenfalls zum Viereckswinkel hat.

Aufl. Fläche = 7973,8 □ Ruthen.

950. Aufg. Welchen Flächeninhalt hat jene Raute, deren spitzer Winkel $\alpha = 68^0 50'$ hält, und deren Umfang $p = 200$ Fuß mißt?

Aufl. Fläche = $\frac{1}{16} p^2 \sin\alpha = 2331{,}33$ □ Fuß.

c. Bestimmung von Winkeln.

951. Aufg. Der Flächeninhalt eines Rechteckes beträgt $s = 3610$ Quadratfuß, und die kürzere Seite desselben mißt $a = 40$ Fuß. Unter welchen Winkeln (auf Sekunden genau berechnet) schneiden sich die Diagonalen dieses Viereckes?

Aufl. Winkel = $47^0 48' 25{,}6''$ und
Winkel = $132^0 11' 34{,}4''$.

952. Aufg. Ein a = 18 Duodecimalzoll breites Rechteck hat s = $2\frac{1}{4}$ □ Fuß zum Flächeninhalte. In welche zwei Winkel wird der rechte Winkel dieses Viereckes durch eine Diagonale zerlegt, wenn die Winkel auf Sekunden genau zu bestimmen sind?

Aufl. Winkel = 41° 59′ 14″ und
Winkel = 48° 46″.

953. Aufg. Ein rechtwinkeliges Parallelogramm hat s = $3\frac{1}{2}$ Quadratfuß zum Flächeninhalte; ein schiefwinkeliges hat zwar dieselbe Grundlinie, aber um einen Quadratfuß weniger Flächenraum. Wie heißt der eine von den schiefen Winkeln desselben?

Aufl. Winkel = $\arcsin \frac{s-1}{s} = 45^0 35'$.

954. Aufg. Ein Rechteck wird mit Beibehaltung des Perimeters so verschoben, daß ein schiefwinkeliges Parallelogramm entsteht, dessen Flächeninhalt nur mehr dem dritten Theile von dem des gegebenen Viereckes beträgt. Wie groß ist der eine schiefe Winkel dieses Parallelogramms?

Aufl. Winkel = 19° 28′.

955. Aufg. Aus einem gleichwinkeligen Vierecke wird durch Verschiebung ein ungleichwinkeliges Parallelogramm. Wie groß ist der eine schiefe Winkel dieses Viereckes, wenn sich sein Flächeninhalt zu dem des gegebenen wie $3\frac{1}{2}$ zu 4 verhält; der Umfang aber dem des rechtwinkeligen Viereckes gleich geblieben ist?

Aufl. Winkel = 61° 2′ 42″.

956. Aufg. Aus den gegebenen Diagonalen (D = 80 und d = 64 Fuß) eines Parallelogramms nebst der einen Seite (a = 70 Fuß) den spitzen Winkel dieses Viereckes auf Minuten genau zu berechnen.

Aufl. Winkel = 63° 50′.

957. Aufg. Aus den gegebenen Diagonalen (D = 60 und d = 40 Ruthen) eines Parallelogramms, dessen Flächeninhalt s = 1102 □ Ruthen beträgt, den spitzen Winkel dieses Viereckes auf Minuten genau zu bestimmen.

Aufl. Winkel = 65° 34′.

958. Aufg. Aus den gegebenen Seiten (a = 24 und b = 36 Fuß) eines schiefwinkeligen Parallelogramms, dessen Flächeninhalt

s = 836½ □ Fuß beträgt, den stumpfen Winkel dieses Viereckes auf Minuten genau zu berechnen.

Aufl. Winkel = 104° 30′.

959. Aufg. Der Flächeninhalt eines rechtwinkeligen Parallelogramms beträgt 18 Decimalen eines bayer. Tagwerkes, und die Diagonale des gegebenen Parallelogramms mißt 312 Fuß. In welche zwei spitze Winkel wird durch diese Diagonale ein jeder von diesen Viereckswinkeln zerlegt?

Aufl. Der eine Winkel = 4° 15′ 12″;
der andere Winkel = 85° 44′ 48″.

960. Aufg. Ein Garten ist viereckig, hält 30 Decimalen eines bayer. Tagwerkes, und je zwei diagonal gegenüberstehende Ecke sind 170 Fuß von einander entfernt. Unter welchen Winkeln schneiden sich die beiden Diagonalen des gegebenen Viereckes?

Aufl. Der eine Winkel = 56° 9′.
der andere Winkel = 123° 51′.

961. Aufg. Aus der gegebenen Fläche (s = 2016 □ Zoll) nebst dem Umfange (p = 260 Zoll) eines Rhombus den spitzen Winkel dieses Viereckes auf Minuten genau zu berechnen.

Aufl. Winkel = 28° 30′.

962. Aufg. Aus der gegebenen Seite (a = 85 Meter) und der gegebenen kürzern Diagonale (d = 102 Meter) einer Raute deren stumpfen Winkel zu suchen.

Aufl. Winkel = 106° 15′ 37″.

963. Aufg. Von einer Raute ist der Flächeninhalt (s = 5280 Quadratfuß) und die längere Diagonale (D = 110 Fuß) gegeben. Man bestimme den spitzen Winkel dieses Viereckes auf Minuten genau.

Aufl. Winkel = 82° 13′.

964. Aufg. In einem Rhombus verhalten sich die beiden Diagonalen zu einander wie 6 zu 5. Wie groß ist der spitze Winkel dieses Viereckes?

Aufl. Winkel = 79° 36′ 40″.

965. Aufg. In einer Raute stehen Seite und kürzere Diagonale zu einander im Verhältnisse von 6 zu 7. Wie groß ist der stumpfe Winkel dieses Viereckes?

Aufl. Winkel = 108° 37′ 46″.

2. Ueber Trapeze.

a. Bestimmung von Linien.

966. Aufg. Wie viel beträgt die Summe der beiden Parallelseiten eines Trapezes, dessen Flächeninhalt s = 234 □ Fuß gegeben ist, wenn die größere Nichtparallelseite a = 12 Fuß 4 Decimalzoll mißt und die Parallelseiten unter einem Winkel von $\alpha = 72^0\,8'$ schneidet?

Aufl. Parallelseiten $= \frac{2s}{a \sin \alpha} = 39{,}65$ Fuß.

967. Aufg. Die Fläche eines Trapezes hält s = 302 □ Meter und 40 □ Decimeter. Die kürzere Nichtparallelseite mißt a = 9 Meter und 5 Decimeter und schneidet beide Parallelseiten unter einem Winkel von $\alpha = 70^0$. Wie lang ist die eine Parallelseite, wenn die andere g = 26 Meter 4 Decimeter mißt?

Aufl. Parallelseite $= \frac{2s}{a \sin \alpha} - G = 41{,}35$ Meter

968. Aufg. Die Fläche des lothrechten Durchschnittes eines Dammes ist ein Trapez, das s = 111 □ Fuß 4 □ Zoll (Decimalmaß) zum Inhalte hat. Oben ist der Damm g = 9,7 und unten G = 25 Fuß breit; der Böschungswinkel der Seitenwände beträgt beiderseits $\alpha = 39^0\,56'$. Wie breit ist jede Seitenwand?

Aufl. Breite $= \frac{2s}{(G + g) \sin \alpha} = 9{,}97$ Fuß.

969. Aufg. Werden bei einem gegebenen gleichschenkeligen Trapeze die Nichtparallelseiten bis zu ihrem Durchschnitte verlängert, so beträgt jede Verlängerung 18 Zoll 8 Linien (Decimalmaß) und am Durchschnittspunkte entsteht ein Winkel von $46^0\,44'$. Welchen Umfang hat dieses Trapez, wenn die größere Parallele 27 Zoll 4 Linien mißt?

Aufl. Umfang = 73,798 Decimalzoll.

970. Aufg. Die kleinere Parallelseite eines Trapezes mißt g = 12½ Ruthen, die eine Nichtparallelseite a = 13 Ruthen, und der daran liegende spitze Winkel hat $\alpha = 63^0\,25'$. Wie lang ist

jene Diagonale dieses Viereckes, welche durch den Scheitel des gegebenen Winkels geht?

Aufl. Diagonale $= \sqrt{a^2 + g^2 + 2ag\cos\alpha}$

$= 21{,}695$ Ruthen.

971. Aufg. Die größere Parallelseite eines Trapezes mißt $G = 35$ Ruthen, die eine Nichtparallelseite $a = 17\frac{1}{2}$ Ruthen, und der ihr anliegende stumpfe Winkel hält $\alpha = 136^0\,24'$. Wie lang ist jene Diagonale dieses Viereckes, welche durch den Scheitel des gegebenen Winkels geht?

Aufl. Diagonale $= \sqrt{G + a^2 - 2aG\cos\alpha}$

$= 25{,}38$ Ruthen.

972. Aufg. Welchen Umfang hat ein Trapez, dessen kürzere Nichtparallelseite $a = 7{,}2$ Ruthen lang ist und die Parallelseiten unter einem Winkel von $\alpha = 59^0\,57$ Minuten schneidet, wenn die Verlängerungen der Nichtparallelseiten unter einem rechten Winkel zusammenstoßen, so daß der Scheitel dieses Winkels $h = 9{,}7$ Ruthen von der kleinern Parallelseite absteht?

Aufl. Umfang $= 78{,}7$ Ruthen.

973. Aufg. Der eine stumpfe Winkel eines Trapezes hält 141^0 und wird durch die eine Diagonale, welche 263 Fuß mißt, in zwei Winkel zerlegt, von denen der eine $9\frac{2}{5}$mal kleiner ist, als der gegebene stumpfe Winkel. Man suche den Perimeter dieses Viereckes, wenn die kleinere Parallelseite 209 Fuß lang ist.

Aufl. Perimeter $= 736{,}87$ Fuß.

974. Aufg. In einem Trapeze hält der größte Winkel $153^0\,30'$; die größere Parallelseite mißt 25 Fuß 7 Zoll (Decimalmaß), von den beiden Diagonalen ist die eine $15\frac{1}{2}$ Fuß und die andere 21 Fuß 7 Decimalzoll lang. Man bestimme den Perimeter dieses Viereckes.

Aufl. Perimeter $= 55{,}32$ Fuß.

975. Aufg. In einem Trapeze hält der kleinste Winkel $59^0\,20'$; die kleinere Parallelseite mißt 17 Meter, und von den beiden Diagonalen ist die eine 25, die andere 22 Meter lang. Man suche den Umfang dieses Viereckes.

Aufl. Umfang $= 64{,}446$ Meter.

b. Bestimmung von Flächen.

976. Aufg. Die eine Parallelseite eines Trapezes mißt G = 280 Fuß, die andere g = 102 Fuß und eine Nichtparallelseite b = 112 Fuß, der hier anliegende stumpfe Winkel hält $\alpha = 118^0 20'$. Wie groß ist nun der Flächeninhalt dieses Viereckes?

Aufl. Fläche $= (G + g) \cdot \frac{b \sin \alpha}{2} = 18829{,}27 \;\square$ Fuß.

977. Aufg. Aus den gegebenen Parallelseiten (G = 5 und $g = 2\frac{1}{2}$ Ruthen) eines Trapezes; dann aus der einen Nichtparallelseite b = 4 Ruthen und dem daran liegenden spitzen Winkel $\alpha = 78^0 46'$ den Flächeninhalt dieses Viereckes zu berechnen.

Aufl. Fläche $= (G + g) \cdot \frac{b \sin \alpha}{2} = 14{,}71 \;\square$ Ruthen.

978. Aufg. Aus der gegebenen größern Parallelseite (G = 280 Fuß eines Trapezes, und den daran liegenden Winkeln $\alpha = 40^0$ und $\beta = 70^0 20'$ den Flächeninhalt dieses Viereckes zu bestimmen, wenn überdieß die beiden Parallelseiten um h = 80 Fuß von einander abstehen?

Aufl. Fläche $= \left(2G - \frac{h \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}\right) \cdot \frac{h}{2}$
$= 17442{,}72 \;\square$ Fuß.

979. Aufg. Die kleinere Parallelseite eines Trapezes mißt g = 75 Meter; die an ihr liegenden Winkel halten $\alpha = 122^0 12'$ und $\beta = 98^0 45'$. Welchen Flächeninhalt hat dieses Dreieck, da der Abstand der einen Parallelseite von der andern h = 56 Meter beträgt?

Aufl. Fläche $= (2g + h[\cot \alpha + \cot \beta]) \cdot \frac{h}{2}$
$= 5428{,}7475 \;\square$ Meter.

980. Aufg. Ein Damm ist oben g = 8 Fuß breit, und die Breite der Seitenabhänge mißt a = 15 Fuß. Wie groß ist der lothrechte Durchschnitt des Dammes, wenn die untere Breite zu der obern parallel ist, und beiderseits der Böschungswinkel $\alpha = 47^0$ beträgt?

Aufl. Fläche $= (g + a \cos \alpha) \cdot a \sin \alpha$
$= 199{,}988 \;\square$ Fuß.

981. Aufg. Der Umfang eines Trapezes beträgt $p = 638$ Fuß; von den Nichtparallelseiten mißt die eine $a = 98$ und $b = 110$ Fuß. Welchen Flächeninhalt hat dieses Viereck, da die kleinere Nichtparallelseite die Parallelseiten unter einem Winkel von $\alpha = 70^0$ schneidet?

Aufl. Fläche $= (p - a - b) . \frac{a \sin \alpha}{2}$

$= 19799{,}32 \square$ Fuß.

982. Aufg. Verlängert man die nichtparallelen Seiten eines gegebenen Trapezes bis zu ihrem Durchschnittspunkte, so sind die Verlängerungen $1\frac{1}{2}$ mal so lang, als beziehungsweise die Nichtparallelseiten; überdieß bilden die Verlängerungen mit den Parallelseiten Winkel von $\alpha = 63^0 18'$ und $\beta = 44^0 50'$. Welchen Flächen-Inhalt hat dieses Trapez, da der durch diese Verlängerungen entstandene Durchschnittspunkt um $h = 36$ Fuß von der größern Parallelseite absteht?

Aufl. Fläche $= 0{,}32 h^2 . \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$

$= 625{,}72 \square$ Fuß.

983. Aufg. Von einem Trapeze sind die beiden Nichtparallelseiten $a = 150$ und $b = 86$ Fuß; dann die kleinere Parallelseite $g = 210$ Fuß und der eine an ihr liegende kleinere Winkel $\alpha = 133^0 37'$ gegeben. Man berechne hieraus den Flächeninhalt dieses Viereckes.

Aufl. Fläche$=(2g + b \cos \alpha + \sqrt{[a + b \sin \alpha][a - b \sin \alpha]}) . \frac{b \sin \alpha}{2}$

$= 19170{,}101 \square$ Fuß.

984. Aufg. Aus den gegebenen Diagonalen ($D = 36$ und $d = 28$ Fuß) eines Trapezes; dann aus der größern Parallelseite $G = 32$ Fuß und dem einen an ihr liegenden Winkel $\alpha = 97^0 25'$ den Flächeninhalt des Trapezes zu bestimmen.

Aufl. Fläche $= 373{,}88 \square$ Fuß.

985. Aufg. In einem Trapeze mißt die eine Diagonale $D = 26$ Fuß 6 Zoll und die andere $d = 19$ Fuß 6 Zoll (Decimalmaß).

Welchen Flächeninhalt hat dieses Viereck, wenn die längere Diagonale die Parallelseiten unter einem Winkel von $\alpha = 24^0 24'$ schneidet?

Aufl. Fläche $= (D \cos \alpha \pm \sqrt{[d + D \sin \alpha][d - D \sin \alpha]}) . \frac{D \sin \alpha}{2}$
$= 222,26$ □ Fuß, oder auch
$= 43,92$ □ Fuß.

986. Aufg. Aus den gegebenen Diagonalen ($D = 12$ und $d = 7$ Ruthen) eines Trapezes, dann aus der größern Parallelseite ($G = 8$ Ruthen) und dem an ihr und zugleich der kleinern Diagonale gegenüberliegenden Winkel ($\alpha = 42^0 40'$) den Flächeninhalt dieses Viereckes zu bestimmen.

Aufl. Fläche = 35,55 □ Ruthen.

987. Aufg. In einem Trapeze beträgt der eine an der kleinern Parallelseite befindliche Winkel $\alpha = 119^0$, diese Parallelseite selbst mißt 15 Fuß 7 Decimalzoll; von den beiden Diagonalen ist die dem gegebenen Winkel gegenüberliegende 26 und die andere 24 Fuß lang. Man suche hieraus den Flächeninhalt dieses Viereckes.

Aufl. Fläche = 272,677 □ Fuß.

c. Bestimmung von Winkeln.

988. Aufg. Von einem Trapeze, dessen Fläche $s = 1471$ Quadratruthen hält, sind die beiden Parallelseiten ($G = 50$ und $g = 25$ Ruthen) und auch die eine Nichtparallelseite ($a = 40$ Ruthen) gegeben. Man berechne nun den an letzterer Seite liegenden spitzen Winkel (x).

Aufl. Winkel $= \text{arc} \sin \frac{2s}{a(G+g)} = 78^0 44'$.

989. Aufg. In einem Trapeze, dessen Flächeninhalt $s = 188,29$ Quadratfuß beträgt, mißt die größere Parallelseite $G = 28$ und die kleinere $g = 10,2$ Fuß, ferner die eine Nichtparallelseite $a = 11,2$ Fuß. Wie groß ist der Winkel, welcher die letzten zwei von den gegebenen Linien zu Schenkeln hat?

Aufl. Winkel $= \text{arc} \sin \frac{2s}{a(G+g)} = 118^0 20'$.

990. Aufg. Die Fläche eines Trapezes beträgt s = 198 □ Fuß; der Umfang desselben mißt p = 63 Fuß 8 Decimalzoll; von den Nichtparallelseiten ist die eine a = 9 Fuß 8 Decimalzoll und die andere b = 11 Fuß lang. Man suche den Winkel, unter welchem die Parallelseiten von der kleinern Nichtparallelseite geschnitten werden.

Aufl. $\text{Winkel} = \text{arc sin} \frac{2s}{a(p-a-b)} = 70^0.$

991. Aufg. Die Nichtparallelseiten eines Trapezes sind a = 118 und b = 237 Meter lang, und deren Verlängerungen stoßen unter einem rechten Winkel zusammen. Wie groß ist jeder Winkel des gegebenen Trapezes ABCD?

Aufl. $\text{Winkel } A = \text{arc tang} \frac{b}{a} = 63^0\,32'$; also
" $B = 26^0\,28'$
" $C = 116^0\,28'$ und
" $D = 153^0\,32'$.

992. Aufg. In einem Trapeze mißt die eine Parallelseite 29,6 Meter und ist von der andern um 10,2 Meter entfernt. Wie groß ist der an der gegebenen Parallelseite liegende Winkel, wenn die ihm gegenüberliegende Diagonale 23,3 Meter mißt?

Aufl. Winkel = $49^0\,42'$.

993. Aufg. Eine jede Nichtparallelseite eines Trapezes mißt a = 15,8 Fuß und schneidet die Parallelseiten unter gleich großen Winkeln. Unter welchem Winkel werden sich die Verlängerungen der gegebenen Nichtparallelen schneiden, wenn der Perimeter des Trapezes p = 58 Fuß in sich begreift und die größere Parallele G = 19,2 Fuß lang ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2\,\text{arc sin} \frac{2G + 2a - p}{2a}$
$= 44^0\,38'$.

994. Aufg. Verlängert man die Nichtparallelseiten eines Trapezes, jede um b = 9 Meter 3 Decimeter, so entsteht ein gleichschenkeliges Dreieck. Wie groß sind die Winkel des Trapezes, wenn dessen Umfang p = 60,2 Meter beträgt und die größere Parallelseite G = 24 Meter und 4 Decimeter lang ist?

Aufl. Der eine Winkel = $56^0\,25'$ und
der andere Winkel = $123^0\,35'$.

3. Ueber Trapezoide.

a. Bestimmung von Linien.

995. Aufg. Die Peripherie eines Kreises ist in vier Bögen so getheilt, daß der erste Bogen $AB = 62^0\,10'$, der zweite $BC = 71^0\,42'$ und der dritte $CD = 99^0$ hält. Wie viel beträgt der Perimeter des hiedurch entstandenen in den Kreis eingeschriebenen Viereckes, wenn dessen längere Diagonale $BD = 424$ Fuß mißt?

Aufl. Perimeter = 1173,17 Fuß.

996. Aufg. Ein Acker, welcher $s = 2\frac{3}{4}$ bayer. Tagwerk hält, hat die Form eines Trapezoides, in welchem die eine Diagonale $D = 1200$ Fuß mißt und von der andern unter einem Winkel von $\alpha = 126^0\,36'$ geschnitten wird. Wie lang ist die zweite Diagonale?

Aufl. Diagonale $= \dfrac{2s}{D \sin\alpha} = 228{,}36$ Fuß.

997. Aufg. Aus der gegebenen Fläche $s = 64258$ □ Fuß eines Viereckes ABCD, aus den zwei Seiten $AC = 189$ und $AB = 371$ Fuß desselben nebst dem von diesen Seiten gebildeten Winkel $BAC = 80^0\,52'$ die beiden Diagonalen BC und AD dieses Viereckes zu berechnen, wenn die letztere Diagonale (AD) mit der größern von den gegebenen Seiten (AB) einen Winkel $BAD = 38^0\,40'$ bildet.

Aufl. Diagonale BC = 388,705 Fuß,
AD = 358,232 Fuß.

998. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte ($s = 306{,}72$ Quadratruthen) eines Viereckes ABCD, aus den zwei gegebenen Seiten $BC = 20{,}4$ und $CD = 17$ Ruthen nebst dem von diesen Seiten gebildeten Winkel $BCD = 98^0\,32'$ die beiden Diagonalen AC und BD dieses Viereckes zu berechnen, wenn überdieß durch die Diagonale AC der gegebene Winkel in zwei Winkel zerlegt wird, welche sich zu einander verhalten wie die Zahlen 1000 und 4269.

Aufl. Diagonale AC = 26,388 Ruthen,
Diagonale BD = 28,423 Ruthen.

999. Aufg. Ein Acker ABCD hat die Form eines Viereckes und 115 Decimalen eines bayer. Tagwerkes zum Inhalte. Die Diagonale AC macht mit der Vierecksseite AD, deren Länge 335 Fuß

beträgt, einen Winkel von 32° 50′; endlich ist von eben dieser Diagonale das gegenüberliegende Eck B um 90 Fuß entfernt. Wie lang wird nun diese Diagonale AC sein?

Aufl. Diagonale = 338,69 Fuß.

1000. Aufg. Aus drei gegebenen Seiten (AB = 274, BC = 170 und CD = 106 Fuß) eines Viereckes ABCD nebst den Winkeln (ABC = 40° 24′ und BCD = 153° 12′), welche die gegebenen Seiten zu Schenkeln haben, die beiden Diagonalen dieses Viereckes durch Rechnung zu bestimmen.

Aufl. Die eine Diagonale = 268,82 Fuß,
die andere Diagonale = 181,74 Fuß.

1001. Aufg. Aus drei gegebenen Seiten (AB = 23 Fuß 7 Zoll, BC = 17 Fuß 2 Zoll und CD = 20 Fuß 8 Zoll — Decimalmaß —) eines Viereckes ABCD nebst dem von den letztern zwei Seiten gebildeten Winkel BCD = 99° 32′ und dessen Gegenwinkel BAD = 69° 26′ die beiden Diagonalen dieses Viereckes zu berechnen.

Aufl. Die eine Diagonale = 29,10 Fuß,
die andere Diagonale = 32,83 Fuß.

1002. Aufg. Von einem viereckigen Garten ABCD sind drei seiner Winkel (ABC = 103° 46′, BCD = 78° 7′ und CDA = 119° 6′) und überdieß die beiden Schenkel (AB = 194 und BC = 148 Fuß) des ersten Winkels gemessen worden. Man berechne hieraus die Diagonalen dieses Viereckes.

Aufl. Die eine Diagonale = 270,6 Fuß,
die andere Diagonale = 181,7 Fuß.

1003. Aufg. Aus den vier gegebenen Seiten (AB = 149, BC = 305, CD = 204 und DA = 333 Meter) eines Viereckes ABCD nebst jenem Winkel (ADC = 87° 14′), welcher die zwei letzten von den gegebenen Seiten zu Schenkeln hat, die Abstände je zweier opponirten Ecke zu berechnen.

Aufl. Der eine Abstand = 382,03 Meter,
der andere Abstand = 342,77 Meter.

1004. Aufg. Von einem Vierecke ABCD sind die drei Winkel ABC = 76° 30′, BAD = 109° 6′ und ADC = 101° 24′,

ferner die Seite A B = 165 Fuß und die Diagonale A C = 356 Fuß gegeben. Man suche hieraus durch Rechnung die andere Diagonale.

Aufl. Diagonale = 353,166 Fuß.

1005. Aufg. Ein irreguläres Viereck wird durch die eine Diagonale so getheilt, daß die diesseits an der Diagonale liegenden zwei Winkel $\alpha = 32^0\,13'$ und $\beta = 85^0\,57'$, und die in derselben Ordnung genommenen, jenseits an der Diagonale liegenden zwei Winkel $\gamma = 39^0\,21'$ und $\delta = 28^0\,55'$ betragen. Man berechne nun die beiden Diagonalen dieses Viereckes, wenn dasselbe $s = 997\frac{3}{5}$ Quadratruthen zum Flächeninhalte hat.

Aufl. Die eine Diagonale = 46,237 Ruthen,
die andere Diagonale = 50,199 Ruthen.

1006. Aufg. Von einem Vierecke A B C D messen zwei zusammenstoßende Seiten A B = 19,9 Fuß und A D = 50,6 Fuß; der Winkel, welcher diese zwei Seiten zu Schenkeln hat, hält $70^0\,4'$ und wird durch die von seinem Scheitel A ausgehende Diagonale in zwei Winkel zerlegt, von denen der an der größeren von den gegebenen zwei Seiten liegende Winkel D A C = $32^0\,26'$ mißt. Man berechne nun die beiden Diagonalen dieses Viereckes, wenn dessen Flächeninhalt s = 776 □ Fuß 10 Decimal-Quadratzoll beträgt.

Aufl. Die eine Diagonale = 39,507 Fuß,
die andere Diagonale = 47,642 Fuß.

1007. Aufg. Von einem Vierecke A B C D, um welches sich ein Kreis beschreiben läßt, sind zwei Seiten A B = 26,7 Zoll und A D = 44,4 Zoll gegeben. Der Viereckswinkel, welcher die gegebenen zwei Seiten zu Schenkeln hat, beträgt B A D = $75^0\,50'$ und wird durch die von seinem Scheitel ausgehende Diagonale so getheilt, daß auf den an der kleinern von den gegebenen Seiten liegenden Winkel (B A C) $40^0\,10'$ treffen. Wie lang ist jede Diagonale dieses Viereckes?

Aufl. Die eine Diagonale = 45,87 Zoll,
die andere Diagonale = 46,34 Zoll.

1008. Aufg. Im Innern eines Parkes steht ein Monument; gleichweit von diesem entfernt befinden sich an der Grenze des Parkes drei Pavillons A, B und D. Von A aus führen nach B und D

zwei geradlinige Straßen, welche unter einem Winkel **BAD** = 88° 40′ zu einander geneigt sind; jene Straße ist 204 und diese 453 Ruthen lang. Nun verlangt der Herr des Gartens, daß noch ein vierter Pavillon **C** errichtet, und sämmtliche Pavillons durch die kürzesten Straßen unter sich in Verbindung gesetzt werden. Wie lang wird jede der noch anzulegenden vier Verbindungsstraßen **BC**, **CD**, **BD** und **AC** sein, unter der Voraussetzung, daß die letzte anzulegende Straße **AC** mit der bereits bestehenden Straße **AD** einen Winkel **CAD** = 43° 20′ bildet, und auch der vierte Pavillon ebenso weit von dem erwähnten Monumente entfernt sei, wie ein jeder von den andern Pavillons.

Aufl. Straße **BC** = 350,31 Ruthen,
Straße **CD** = 338,01 Ruthen,
Straße **BD** = 492,42 Ruthen und
Straße **AC** = 462,26 Ruthen.

b. Bestimmung von Flächen.

1009. Aufg. Die Bestimmung des Flächeninhaltes eines viereckigen Ackers **ABCD** fand dadurch statt, daß man von einem Punkte **A** aus nach den übrigen drei Punkten des Viereckes visiren und messen ließ; man fand hiebei **AB** = 159, **AC** = 318 und **AD** = 364 Fuß lang; ebenso wurden die von diesen Linien gebildeten Winkel **BAC** = 33° 36′ und **DAC** = 59° 48′ gemessen. Welcher Werth berechnet sich hieraus für diesen Acker, wenn jede Quadratruthe auf 45 xr zu stehen kommt?

Aufl. Werth = 480 fl 5 xr.

1010. Aufg. Von einem Vierecke **ABCD** kennt man die Entfernungen des Durchschnittspunktes **G** der beiden Diagonalen von drei Ecken dieses Viereckes; es ist nämlich **AG** = 108, **BG** = 164 und **DG** = 127 Meter lang; überdieß beträgt der Winkel an diesem Durchschnittspunkte **G**, welchen die kleinste der gegebenen Entfernungen mit der größten bildet, $\alpha = 142\frac{7}{9}$ Centesimalgrade. Man soll nun den Flächeninhalt dieses Viereckes unter der Voraussetzung

bestimmen, daß die vier Ecke desselben in der Peripherie eines und desselben Kreises liegen.

Aufl. Fläche = 34257,84 □ Meter.

1011. Aufg. Ein Geometer soll den Flächeninhalt eines viereckigen Gartens, wo im Durchschnittspunkte der beiden Diagonalen eine Gesundheitsquelle sich befindet, bestimmen. — Der Geometer begibt sich sofort zur Quelle, nimmt den Winkel, unter welchem die beiden Diagonalen sich schneiden, $\alpha = 64^0 46'$, auf, läßt überdieß jede Diagonale messen; die eine wird $D = 215$ und die andere $d = 86$ Ruthen lang gefunden. Hieraus berechnet er die Fläche des Gartens. Wie viele Tagwerk, zu 400 □ Ruthen, hält nun der Garten?

Aufl. Fläche $= \frac{D\,d}{2} . \sin\alpha = 20{,}907$ Tagwerk.

1012. Aufg. Aus zwei gegebenen Seiten eines Viereckes ABCD, von welchen die eine Seite $AC = 13$ und die andere $AB = 28{,}4$ Fuß mißt, nebst dem Winkel $BAC = 74^0 18'$, der die gegebenen Seiten zu Schenkeln hat, und derjenigen Diagonale $AD = 24{,}9$ Fuß, welche durch den Scheitel dieses Winkels geht, die Fläche des Viereckes zu berechnen, indem noch überdieß bekannt ist, daß durch die Diagonale der gegebene Winkel in zwei Winkel zerlegt wird, von welchen der an der kleinern von den gegebenen zwei Seiten liegende $\beta = 35^0 8'$ hält.

Aufl. Fläche = 316,45 □ Fuß.

1013. Aufg. Die Diagonale eines Viereckes ist 134 Meter lang und theilt einen Winkel, welcher $112^0 12'$ hält, in zwei Theile nach dem geometrischen Verhältnisse von 5 zu 9. Man bestimme die Fläche dieses Viereckes, wenn von den zwei den gegebenen Winkel bildenden Seiten die eine 131 und die andere 128 Meter mißt.

Aufl. Fläche = 13873,88 □ Meter oder
Fläche = 13811,98 □ Meter.

1014. Aufg. Ein Viereck ist durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt worden. Von dem einen Dreiecke ist nur dessen Höhe ($h = 1{,}28$ Ruthen) gegeben; von dem andern aber kennt man die an der gezogenen Diagonale, der gemeinschaftlichen Grundlinie, liegenden zwei Winkel $\alpha = 43^0 25'$ und $\beta = 68^0 34'$, nebst

den diesen Winkeln gegenüberliegenden Seiten a = 2,95 und b = 4,03 Ruthen. Welchen Flächeninhalt hat das gegebene Viereck?

Aufl. Fläche $= \frac{b \cos\alpha + a \cos\beta}{2} \times (h + b \sin\alpha)$

$= 5{,}268$ □ Ruthen.

1015. Aufg. Ein Viereck ist durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt worden. Von dem einen Dreiecke ist nur dessen Höhe (h = 128 Fuß) gegeben; von dem andern aber kennt man sowohl die an der gezogenen Diagonale, der gemeinschaftlichen Grundlinie, liegenden Winkel $\alpha = 43^0 25'$ und $\beta = 105^0 36'$, als auch die diesen Winkeln opponirten Seiten a = 859 und b = 1204 Fuß. Welchen Flächeninhalt hat das gegebene Viereck?

Aufl. Fläche = 307412 □ Fuß.

1016. Aufg. Aus drei gegebenen Seiten (AB = 30, BC = 14,6 und CD = 18,9 Meter) eines Viereckes, nebst den von diesen Seiten gebildeten zwei Winkeln ABC = $95^0 40'$ und BCD = $109^0 36'$ den Flächeninhalt dieses Viereckes zu bestimmen.

Aufl. Fläche = 468,91 □ Meter.

1017. Aufg. Ein unerfahrner Feldmesser mißt drei Seiten eines irregulären Viereckes ABCD, nämlich AB = 238, BC = 129 und CD = 114 Ruthen; ferner den von den letzten zwei Seiten gebildeten Winkel BCD = 113^0 und auch den Winkel BAD = 53^0, der dem vorigen im Vierecke gegenüber liegt. Hieraus berechnet er den Flächeninhalt dieses Viereckes. Wie viel muß er finden?

Aufl. Fläche = 27090 □ Ruthen oder

Fläche = 13668 □ Ruthen.

1018. Aufg. Ein Feldmesser hat eine viereckige Waldparzelle ABCD aus dem Umfange dadurch aufgenommen, daß er drei Winkel (DBA = $64^0 21'$, BAC = $62^0 48'$ und ACD = $109^0 46'$) und die zwei Seiten (AC = 128 Ruthen und CD = 141 Ruthen), welche der letzte gemessene Winkel zu Schenkeln hat. Welcher Flächen-Inhalt ergibt sich hieraus für diese Waldparzelle?

Aufl. Fläche = 20163,17 □ Ruthen.

1019. Aufg. Die Seiten eines viereckigen Gartens ABCD sind AB = 583, BC = 238, CD = 283 und AD = 436 Meter lang. Wie viele Arpent oder Hektare hält dieser Garten,

wenn der von den beiden kürzesten Umfangsseiten gebildete Winkel BCD = 126⅔ Centesimalgrade mißt?

Aufl. Fläche = 12,56 Arpent.

1020. Aufg. Ein Geometer mißt von einem irregulären Vierecke ABCD drei Winkel (BAD = 59° 8′, ABC = 83° 14′ und BCD = 107° 9′), auch außerdem die kürzeste Umfangslinie BC = 178 Ruthen und die eine Diagonale BD = 334 Ruthen (Decimalmaß), welche vom Scheitel des nicht beobachteten Winkels ausgeht. Wie viele bayer. Tagwerk hält dieses Viereck?

Aufl. Fläche = 154,87 bayer. Tagwerk.

1021. Aufg. Der Grundplan einer Stadt ist ein Viereck; an jedem der vier Ecke befindet sich ein Thor, und eine gerade Straße von D = 2920 Fuß in der Länge verbindet das westliche Thor mit dem östlichen. Wie viele bayer. Tagwerk nimmt die Bodenfläche dieser Stadt ein, wenn am westlichen Thore die nördliche Umfangsseite mit der Straße einen Winkel von $\alpha = 48^0$ und die südliche Umfangsseite mit derselben Straße einen Winkel von $\beta = 37^0$ bildet; dagegen am östlichen Thore der auf analoge Weise gebildete nördliche Winkel $\gamma = 30^0$ und der südliche $\delta = 54^0$ hält?

Aufl. Fläche $= \frac{D^2}{2}\left(\frac{\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} + \frac{\sin\gamma \cdot \sin\delta}{\sin(\gamma+\delta)}\right)$
= 92,386 Tagwerk.

1022. Aufg. Von einem viereckigen Bauplatze kennt man folgende Größen. Von den beiden Diagonalen ist die eine 331 und die andere 285 Fuß lang. Man kennt ferner in dem einen Dreiecke die beiden Winkel ($\alpha = 55^0\,32'$ und $\beta = 47^0\,20'$) an der größern Diagonale; und letzterer Winkel verhält sich zum ganzen Vierecks-winkel, wovon er selbst ein Theil ist, wie sich die Zahl 284 zu der Zahl 489 verhält. Welche Größe, in Decimalen eines bayer. Tagwerks ausgedrückt, hat dieser Bauplatz?

Aufl. Fläche = 110½ Decimalen.

1023. Aufg. In einem Vierecke ABCD, dessen Eckpunkte in der Peripherie eines Kreises liegen, mißt die kürzere Diagonale (AC) 30½ Ruthen, und der Winkel BAD wird durch diese Diagonale in zwei Winkel zerlegt, von welchen der eine an AB liegende Winkel 21° 9′ und der andere 54° 45′ hält. Welche Fläche hat

dieses Viereck, wenn die Verlängerungen der Seiten AB und CD unter einem Winkel von 33° 40′ sich schneiden?

Aufl. Fläche = 464,46 □ Ruthen.

1024. Aufg. In einem Vierecke ABCD sind von dem Punkte C aus die zwei Seiten CB = 385 und CD = 131 Fuß, nebst der Diagonale AC = 435 Fuß gemessen und der im Dreiecke ABC der gegebenen Diagonale opponirte Winkel ABC = 70° 56′ beobachtet worden. Werden ferner die Seiten BC und AD des Viereckes bis zu ihrem Durchschnittspunkte G verlängert, so stehen die ganzen Linien BG und AG im verkehrten Verhältnisse mit ihren Verlängerungen CG und DG. Hieraus ist nun der Flächen-Inhalt des gegebenen Viereckes zu berechnen.

Aufl. Fläche = 89422,3 □ Fuß.

c. Bestimmung von Winkeln.

1025. Aufg. Aus dem Flächeninhalte s = 777 □ Ruthen 3 □ Fuß eines Viereckes ABCD, aus der gegebenen längern Diagonale AC = 43 Ruthen 9 Fuß, von welcher in dem einen Dreiecke das gegenüberliegende Eck B um 14 Ruthen 5 Fuß (Decimalmaß) absteht, den Winkel CAD des andern Dreieckes zu berechnen, welchen die gegebene Diagonale mit der anliegenden Seite AD, deren Länge 38 Ruthen 4 Fuß beträgt, bildet.

Aufl. Winkel = 32° 58′.

1026. Aufg. In einem Vierecke mißt die eine Diagonale D = 48 und die andere d = 35 Ruthen. Unter welchen Winkeln schneiden sich die gegebenen Diagonalen, wenn die Fläche dieses Viereckes s = $679\frac{1}{5}$ □ Ruthen beträgt?

Aufl. Winkel $= \text{arc}\sin\frac{2s}{Dd} = 53^0\,57'$ oder

Winkel $= \text{arc}\sin\frac{2s}{Dd} = 126^0\,3'$.

1027. Aufg. In einem Vierecke, dessen Flächeninhalt s = 875 Quadratmeter 70 Quadratdecimeter beträgt, mißt die eine Diagonale

D = 63 Meter und verhält sich zu der andern, wie 3 zu 2. Unter welchem spitzen Winkel schneiden sich diese Diagonalen?

Aufl. Winkel = arc sin $\frac{3s}{D^2}$ = 41° 27′.

1028. Aufg. Es sind die vier Seiten eines Viereckes (AB = 190, BC = 325, CD = 144 und AD = 424 Meter) bekannt, und außerdem der Winkel, welcher die erste und die letzte von den gegebenen Seiten zu Schenkeln hat, BAD = 69° 12′ gegeben. Man bestimme die übrigen drei Winkel dieses Viereckes.

Aufl. Winkel BCD = 110° 11′,
Winkel ABC = 104° 9′ und
Winkel ADC = 76° 28′.

1029. Aufg. Der Grundriß eines Städtchens ist ein irreguläres Viereck, von welchem die drei kürzern Seiten AB = 243, BC = 156 und CD = 144 Ruthen messen, und die beiden Winkel, welche die gegebenen Seiten zu Schenkeln haben, ABC = 122° 10′ und BCD = 113° 40′ bekannt sind. Wie groß sind die andern zwei Winkel des viereckigen Grundrisses?

Aufl. Winkel ADC = 78° 28′ und
Winkel BAD = 45° 42′.

1030. Aufg. Man suche die vier Winkel eines Viereckes ABCD, welches 958 □ Ruthen 30 □ Fuß (Decimalmaß) zum Flächeninhalte hat, wenn zwei Seiten (AB = 21 und AD = 62,4 Ruthen), ferner die Diagonale AC = 81 Ruthen 8 Fuß und der Winkel, welcher diese Diagonale und die längere von den gegebenen Seiten zu Schenkeln hat, DAC = 25° 33′ gegeben sind.

Aufl. Winkel A = 54° 15′,
Winkel B = 134° 29′,
Winkel C = 116° 18′ und
Winkel D = 54° 58′.

4. Ueber Vielecke.

a. Bestimmung von Linien.

1031. Aufg. Aus der gegebenen Fläche (s_n) eines regulären Polygons dessen Seite (l_n) und den Halbmesser (r) jenes

Kreises, in welchen dieses Polygon eingeschrieben werden kann, zu berechnen.

Aufl. $l_n = 2\sqrt{\frac{1}{n} s_n \tang \frac{180}{n}}$

$$r = \sqrt{\frac{2 s_n}{n \sin \frac{360}{n}}}.$$

1032. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Dreieckes beträgt s = 64 □ Zoll. Wie lang ist eine Seite dieser Figur, und wie lang der Halbmesser des Kreises, worein dieses Dreieck beschrieben werden kann?

Aufl. Seite $= \sqrt{\frac{2 s}{3 \cos 60}} = 1{,}51967\sqrt{s} = 12{,}157$ Zoll,

Halbmesser $= \sqrt{\frac{2 s}{3 \sin 60}} = 0{,}87738\sqrt{s} = 7{,}019$ Zoll.

1033. Aufg. Die Fläche eines regulären Viereckes hält s = 289 □ Fuß. Wie lang ist die Seite desselben, und wie lang der Halbmesser jenes Kreises, in welchen dieses Viereck eingeschrieben werden kann?

Aufl. Seite $= \sqrt{\frac{s}{\cot 45^0}} = \sqrt{s} = 17$ Fuß,

Halbmesser $= \sqrt{\frac{s}{2 \sin 90^0}} = 0{,}7071\sqrt{s} = 12{,}02$ □ Fuß.

1034. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte (s = 121 □ Fuß) eines regulären Fünfeckes dessen Seite und den Halbmesser des Kreises, worein dieses Viereck beschrieben werden kann, trigonometrisch zu bestimmen.

Aufl. Seite $= 2\sqrt{\frac{s}{5} \tang 36^0} = 0{,}762387\sqrt{s}$

$= 8{,}386$ Fuß,

Halbmesser $= \sqrt{\frac{2 s}{5 \sin 72^0}} = 0{,}6485\sqrt{s}$

$= 7{,}134$ Fuß.

1035. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte (s = 36 □ Meter) eines regulären Sechseckes dessen Seite und den Halbmesser des Kreises, worein dieses Viereck beschrieben werden kann, trigonometrisch zu berechnen.

Aufl. Seite = Halbmesser = $\sqrt{\frac{s}{3\cos 30^0}} = 0{,}6204\sqrt{s}$

$= 3{,}72$ Meter.

1036. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte (s = 9 □ Fuß) eines regulären Siebeneckes dessen Seite und den Halbmesser jenes Kreises, in welchen dieses Polygon eingeschrieben werden kann, zu berechnen.

Aufl. Seite $= 2\sqrt{\frac{s}{7}\,\text{tang}\,\frac{180^0}{7}} = 0{,}5246\sqrt{s}$

$= 1{,}57$ Fuß,

Halbmesser $= \sqrt{\frac{2s}{7\sin\frac{360^0}{7}}} = 0{,}6045\sqrt{s}$

$= 1{,}81$ Fuß.

1037. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Achteckes beträgt s = 100 □ Zoll. Wie lang ist eine Seite desselben, und wie lang ist der Radius des Kreises, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann?

Aufl. Seite $= \sqrt{\frac{s}{2}\,\text{tang}\,22^0\,30'} = 0{,}4551\sqrt{s}$

$= 4{,}55$ Zoll,

Halbmesser $= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{s}{\sin 45^0}} = 0{,}5946\sqrt{s}$

$= 5{,}946$ Zoll.

1038. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Neuneckes beträgt s = 144 □ Ruthen. Wie lang ist eine Seite desselben,

und wie lang der Halbmesser jenes Kreises, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann?

Aufl. $$\text{Seite} = \tfrac{2}{3}\sqrt{s \operatorname{tang} 20^0} = 0{,}4022\sqrt{s}$$
$$= 4{,}826 \text{ Ruthen,}$$
$$\text{Halbmesser} = \tfrac{1}{3}\sqrt{\frac{2s}{\sin 40^0}} = 0{,}58798\sqrt{s}$$
$$= 7{,}056 \text{ Ruthen.}$$

1039. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Zehneckes beträgt s = 2¼ □ Ruthen. Man berechne die Seite desselben und den Halbmesser jenes Kreises, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann.

Aufl. $$\text{Seite} = 2\sqrt{\frac{s}{10}\operatorname{tang} 18^0} = 0{,}3605\sqrt{s}$$
$$= 0{,}5407 \text{ Ruthen,}$$
$$\text{Halbmesser} = \sqrt{\frac{s}{5\sin 36^0}} = 0{,}5833\sqrt{s}$$
$$= 0{,}875 \text{ Ruthen.}$$

1040. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Eilfeckes beträgt s = 36 □ Meter. Wie lang ist die Seite desselben, und wie lang der Halbmesser jenes Kreises, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann?

Aufl. $$\text{Seite} = 2\sqrt{\frac{s}{11}\operatorname{tang}\frac{180^0}{11}} = 0{,}32679\sqrt{s}$$
$$= 1{,}96 \text{ Meter,}$$
$$\text{Halbmesser} = \sqrt{\frac{2s}{11\sin\frac{360^0}{11}}} = 0{,}579867\sqrt{s}$$
$$= 3{,}479 \text{ Meter.}$$

1041. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Zwölfeckes beträgt s = 25 □ Fuß. Wie lang ist eine Seite desselben, und

wie lang ist der Radius jenes Kreises, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann?

Aufl. $\text{Seite} = \sqrt{\frac{s}{3} \operatorname{tang} 15^0} = 0{,}29886 \sqrt{s}$

$= 1{,}49$ Fuß,

$\text{Halbmesser} = \sqrt{\frac{s}{6 \sin 30^0}} = 0{,}57735 \sqrt{s}$

$= 2{,}887$ Fuß.

1042. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte (s_n) eines regulären Vieleckes den Abstand (a_n) seines Mittelpunktes von einer Polygonseite zu bestimmen.

Aufl. $\text{Abstand} = a_n = \sqrt{\frac{1}{n} s_n \cot \frac{180^0}{n}}$.

1043. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte ($s = 16$ □ Fuß) eines regulären Dreieckes den Abstand des Mittelpunktes desselben von einer Seite zu bestimmen.

Aufl. $\text{Abstand} = \sqrt{\frac{s}{3} \cot 60^0} = 0{,}43869 \sqrt{s}$

$= 1{,}75$ Fuß.

1044. Aufg. Aus dem gegebenen Flächeninhalte ($s = 1$ □ Fuß 21 □ Zoll — Decimalmaß) eines regulären Fünfeckes den Abstand des Polygonmittelpunktes von einer Seite zu berechnen.

Aufl. $\text{Abstand} = \sqrt{\frac{s}{5} \cot 36^0} = 0{,}52467 \sqrt{s}$

$= 0{,}577$ Fuß.

1045. Aufg. Der Flächeninhalt eines regulären Sechseckes beträgt $s = 1$ □ Meter 96 □ Decimeter. Wie weit ist der Mittelpunkt dieses Polygons von jeder Seite entfernt?

Aufl. $\text{Abstand} = \sqrt{\frac{s}{6} \cot 30^0} = 0{,}5373 \sqrt{s}$

$= 0{,}75$ Meter.

1046. Aufg. Aus der gegebenen Seite (l_n) eines regulären Polygons den Abstand (a_n) des Polygonmittelpunktes von jeder Seite zu bestimmen.

Aufl. Abstand $= a_n = \frac{l_n}{2} \cot \frac{180^0}{n}$.

1047. Aufg. Die Seite eines regulären Achteckes mißt $l = 10$ Fuß. Wie weit ist dessen Mittelpunkt von jeder Seite entfernt?

Aufl. Abstand $= \frac{1}{2} \cot 22^0 30' = 1{,}20711 \,.\, l$

$= 12{,}07$ Fuß.

1048. Aufg. Die Seite eines regulären Neuneckes mißt $l = 6$ Zoll. Wie weit steht dessen Mittelpunkt von jeder Seite ab?

Aufl. Abstand $= \frac{1}{2} \cot 20^0 = 1{,}3737\, l$

$= 8{,}24$ Zoll.

1049. Aufg. Aus der gegebenen Seite ($l = 3\frac{1}{2}$ Ruthen) eines regulären Zehneckes den Abstand des Polygonmittelpunktes von jeder Seite zu berechnen?

Aufl. Abstand $= \frac{1}{2} \cot 18^0 = 1{,}5388\, l$

$= 5{,}386$ Ruthen.

1050. Aufg. Aus der gegebenen Seite ($l = 3$ Meter) eines regulären Zwölfeckes den Abstand des Mittelpunktes von jeder Polygonseite zu bestimmen.

Aufl. Abstand $= \frac{1}{2} \cot 15^0 = 1{,}8661\, l$

$= 5{,}598$ Meter.

1051. Aufg. Aus dem gegebenen Durchmesser (d) eines Kreises, in welchem ein reguläres Polygon beschrieben ist, den Abstand (a_n) des Mittelpunktes dieses Polygons von jeder Seite zu suchen.

Aufl. Abstand $= a_n = \frac{d}{2} \cos \frac{180^0}{n}$.

1052. Aufg. In einem Kreis, dessen Durchmesser $d = 5$ Zoll mißt, ist ein reguläres Fünfeck beschrieben. Wie weit ist der Mittelpunkt des Kreises von jeder Polygonseite entfernt?

Aufl. Abstand $= \frac{d}{2} \cos 36^0 = 0{,}4045\,d$

$= 2{,}0225$ Zoll.

1053. Aufg. In einen Kreis, dessen Halbmesser $r = 3$ Fuß mißt, ist ein reguläres 15 Eck eingeschrieben; wie weit ist dessen Centrum von jeder Seite entfernt?

Aufl. Abstand $= r \cos 12^0 = 0{,}9781\,r$

$= 2{,}93$ Fuß.

1054. Aufg. Aus der Seite (l_n) eines regulären Polygons den Durchmesser (d) jenes Kreises zu bestimmen, in welchen das gegebene Polygon eingeschrieben werden kann.

Aufl. Durchmesser $= \dfrac{l_n}{\sin \dfrac{180^0}{n}}$.

1055. Aufg. Die Seite eines regulären in einen Kreis eingeschriebenen Zehneckes mißt $l = 10$ Fuß; wie lang ist der Durchmesser des zugehörigen Kreises?

Aufl. Durchmesser $= \dfrac{l}{\sin 18^0} = 3{,}23606\,l$

$= 32{,}36$ Fuß.

1056. Aufg. Wie lang muß der Durchmesser jenes Kreises sein, in welchen ein reguläres Zwölfeck, dessen Umfang $p = 24$ Klafter beträgt, eingeschrieben werden kann?

Aufl. Durchmesser $= \dfrac{p}{12 \sin 15^0} = 0{,}32197\,p$

$= 7{,}727$ Klafter.

1057. Aufg. Die Seite eines regulären in einen Kreis eingeschriebenen 15 Eckes mißt $l = 8$ Meter. Wie lang ist der Durchmesser dieses Kreises?

Aufl. Durchmesser $= \dfrac{l}{\sin 12^0} = 4{,}8097\,l$

$= 38{,}48$ Meter.

1058. Aufg. Aus dem gegebenen Durchmesser (d) eines Kreises den Perimeter jenes Polygons, das in diesen Kreis eingeschrieben werden kann, zu berechnen.

Aufl. Umfang $= n\,d \sin \frac{180^0}{n}$.

1059. Aufg. Welchen Umfang hat ein reguläres Fünfeck, das in einen Kreis von $d = 3$ Fuß im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. Umfang $= 5\,d \sin 36^0 = 2{,}9389\,d$
$= 8{,}82$ Fuß.

1060. Aufg. Welchen Umfang hat ein reguläres 11 Eck, das in einen Kreis von $d = 10$ Zoll im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. Umfang $= 11\,d \sin 16^0 22' = 3{,}09958\,d$
$= 30{,}996$ Zoll.

1061. Aufg. Welchen Umfang hat ein reguläres 20 Eck, das in einen Kreis von $d = 40$ Ruthen im Durchmesser eingeschrieben ist?

Aufl. Umfang $= 20\,d \sin 9^0 = 3{,}1287\,d$
$= 125{,}15$ Ruthen.

1062. Aufg. Wie lang ist die Seite (l_n) eines regulären Polygons, wenn der Abstand des Mittelpunktes von jeder Polygonseite a_n beträgt?

Aufl. Seite $= 2\,a_n \operatorname{tang} \frac{180^0}{n}$.

1063. Aufg. In einem regulären Achtecke ist der Mittelpunkt von jeder Polygonseite $a = 4$ Fuß entfernt; wie lang ist eine solche Seite?

Aufl. Seite $= 2\,a \operatorname{tang} 22^0 30' = 0{,}8284\,a$
$= 3{,}31$ Fuß.

1064. Aufg. Welchen Umfang hat ein reguläres Zehneck, wenn die Entfernung je zweier opponirten Polygonseiten von einander $2\,a = 14$ Zoll beträgt?

Aufl. Umfang $= 20\,a \operatorname{tang} 18^0 = 6{,}49839\,a$
$= 45{,}489$ Zoll.

1065. Aufg. Welchen Umfang hat ein reguläres 14 Eck, dessen Mittelpunkt von jeder Polygonseite a = 3 Fuß absteht?

Aufl. Umfang $= 28\,a\,\mathrm{tang}\,12^0\,51' = 6{,}38708\,a$
$= 19{,}16$ Fuß.

1066. Aufg. Wie lang ist der Halbmesser (r) jenes Kreises, in welchen ein reguläres Polygon eingeschrieben ist, dessen Mittelpunkt von jeder Polygonseite a_n Fuß absteht?

Aufl. Halbmesser $= a_n \sec \frac{180^0}{n}$.

1067. Aufg. Wie lang ist der Halbmesser jenes Kreises, in welchen ein reguläres Sechzehneck eingeschrieben ist, dessen Mittelpunkt von jeder Polygonseite a = 10 Zoll absteht?

Aufl. Halbmesser $= a \sec 11^0\,15' = 1{,}01959\,a$
$= 10{,}196$ Zoll.

1068. Aufg. In einem regulären Zwölfecke beträgt die Entfernung je zweier entgegengesetzten Seiten von einander A = 8 Ruthen. Wie weit stehen hier je zwei entgegengesetzte Ecke von einander ab?

Aufl. Abstand $= A \sec 15^0 = 1{,}03537\,A$
$= 8{,}28$ Ruthen.

1069. Aufg. Wie groß ist der Umfang eines regulären Fünfeckes, wenn der eines regulären Viereckes p = 7 Fuß beträgt, und beide Figuren in denselben Kreis eingeschrieben sind?

Aufl. Umfang $= \frac{5p}{4} \cdot \frac{\sin 36^0}{\sin 45^0} = 7{,}27$ Fuß.

1070. Aufg. Die Seite eines in einen Kreis eingeschriebenen regulären Fünfeckes mißt l = 8 Zoll; wie lang muß dann die Seite eines in denselben Kreis eingeschriebenen regulären Dreieckes sein?

Aufl. Seite $= \frac{l \sin 60^0}{\sin 36^0} = 11{,}79$ Zoll.

1071. Aufg. Wie lang ist die Seite eines regulären 100 Eckes, welches in einem Kreise von d = 100 Fuß im Diameter beschrieben ist?

Aufl. Seite $= d \sin 1^0\,48' = 3{,}14$ Fuß.

1072. Aufg. Die Seite eines regulären 50 Eckes mißt $l = 2$ Fuß 2 Duodecimalzoll. Wie lang ist die Seite eines regulären Achteckes, da beide Vielecke in denselben Kreis eingeschrieben sind?

Aufl. Seite $= \frac{l \sin 22^0 30'}{\sin 3^0 36'} = 13{,}205$ Fuß.

1073. Aufg. Die Seite eines in einen Kreis eingeschriebenen gleichseitigen Dreieckes mißt $l = 5$ Zoll. Wie groß ist der Umfang eines in denselben Kreis eingeschriebenen regulären 25 Eckes?

Aufl. Umfang $= \frac{25\, l \sin 7^0 12'}{\sin 60^0} = 18{,}09$ Zoll.

1074. Aufg. Welche Länge hätte die Seite eines regulären 36 Eckes, welches in den Aequator der Erde, dessen Umfang bekanntlich auf 5400 geographische Meilen angesetzt wird, eingeschrieben werden könnte?

Aufl. Seite = 149,81 geogr. Meilen.

b. Bestimmung von Flächen.

1075. Aufg. Aus der Seite (l_n) eines regulären Vieleckes dessen Fläche (s_n) zu berechnen.

Aufl. Fläche $= \frac{n}{4}\, l_n^2 \cot \frac{180^0}{n}$.

1076. Aufg. Welchen Flächeninhalt hat ein reguläres Fünfeck, wenn jede Seite desselben $l = 6$ Ruthen mißt?

Aufl. Fläche $= \frac{5}{4}\, l^2 \cot 36^0 = 1{,}7205\, l^2$
$= 61{,}938$ □ Ruthen.

1077. Aufg. Welchen Flächeninhalt hat ein reguläres 13 Eck, wenn jede Seite desselben $l = 8$ Meter lang ist?

Aufl. Fläche $= \frac{13}{4}\, l^2 \cot 13^0 51' = 13{,}18196\, l^2$
$= 843{,}64$ □ Meter.

1078. Aufg. Der Perimeter eines regulären Achteckes beträgt $p = 40$ Ruthen; welche ebene Fläche wird durch ihn begrenzt?

Aufl. Fläche $= \frac{p^2}{32} \cot 22^0 30' = 0{,}07544\, p^2$
$= 120{,}71$ □ Ruthen.

1079. Aufg. Wie viel beträgt der Flächeninhalt (s_n) eines regulären Polygons, wenn der Durchmesser des Kreises, in den es eingeschrieben ist, d Meter mißt?

Aufl. Fläche $= \frac{n}{8} d^2 \sin \frac{360^0}{n}$.

1080. Aufg. Welchen Flächeninhalt hat ein reguläres Zehneck, welches in einen Kreis eingeschrieben ist, dessen Halbmesser $r = 10$ Ruthen lang ist?

Aufl. Fläche $= 5 r^2 \sin 36^0 = 2{,}9389 r^2$
$= 293{,}89$ □ Ruthen.

1081. Aufg. Welchen Flächeninhalt hat ein reguläres 15 Eck, welches in einen Kreis eingeschrieben ist, dessen Durchmesser $d = 7$ Zoll lang ist?

Aufl. Fläche $= \frac{15}{8} d^2 \sin 24^0 = 0{,}7626 d^2$
$= 37{,}37$ □ Zoll.

1082. Aufg. Die Entfernung des Mittelpunktes eines regulären Polygons von einer seiner Seiten beträgt a_n; man suche den Flächeninhalt dieses Polygons.

Aufl. Fläche $= n a_n^2 \operatorname{tang} \frac{180^0}{n}$.

1083. Aufg. In einem regulären Achtecke ist dessen Mittelpunkt von jeder Seite um $a = 6$ Fuß entfernt. Welchen Flächen-Inhalt hat nun dieses Vieleck?

Aufl. Fläche $= 8 a^2 \operatorname{tang} 22^0 30' = 3{,}31368 a^2$
$= 119{,}29$ □ Fuß.

1084. Aufg. In einem regulären Zwölfecke beträgt der Abstand je zweier opponirten Seiten von einander $A = 24$ Klafter. Welchen Flächeninhalt hat dieses Vieleck?

Aufl. Fläche $= 3 A^2 \operatorname{tang} 15^0 = 0{,}803847 A^2$
$= 463{,}016$ □ Klafter.

1085. Aufg. Die Polygonseite eines regulären 16 Eckes mißt 3 Fuß. Welchen Flächeninhalt hat dieses Polygon, und wie lang ist der Durchmesser jenes Kreises, in welchen dasselbe eingeschrieben werden kann?

Aufl. Fläche $= 178{,}272$ □ Fuß,
Durchmesser $= 15{,}156$ Fuß.

1086. Aufg. Der Umfang eines regulären Zwanzigeckes beträgt 500 Fuß. Welche Fläche schließt derselbe ein? — Wie groß ist ferner der Durchmesser jenes Kreises, a) in und b) um welchen dieses Polygon beschrieben werden kann?

Aufl. Fläche = 19730 □ Fuß,
Durchmesser a) = 159,81 Fuß und
Durchmesser b) = 157,84 Fuß.

c. Bestimmung von Winkeln.

1087. Aufg. In welchem regulären Vielecke mißt der Durchmesser des darum beschriebenen Kreises 4mal so viel, als der Abstand des Mittelpunktes von jeder Seite?

Aufl. Im regulären 3 Ecke.

1088. Aufg. In welchem regulären Vielecke beträgt der Abstand des Mittelpunktes von jeder Seite halb so viel als eine Polygonseite?

Aufl. Im regulären Vierecke.

1089. Aufg. In welchem regulären Vielecke beträgt der Abstand des Centrums von jeder Seite nahezu 19 Fuß 2,9 Decimallinien, und die Länge einer Polygonseite 4 Fuß?

Aufl. Im regulären 30 Ecke.

1090. Aufg. In welchem regulären Polygone mißt die Entfernung je zweier entgegengesetzten Ecke von einander 8 Ruthen, während der Abstand je zweier entgegengesetzten Seiten von einander 7 Ruthen 6 Fuß 0,84 Decimallinien beträgt.

Aufl. Im regulären 10 Ecke.

1091. Aufg. In welchem regulären Polygone steht dessen Mittelpunkt von jedem Ecke um $9\frac{8}{9}$ Zoll und von jeder Seite um 8 Zoll ab?

Aufl. Im regulären 5 Ecke.

1092. Aufg. Von welcher regulären Figur mißt jede Seite 2 Fuß, während der Durchmesser des Kreises, in welchen diese Figur eingeschrieben ist, 2 Fuß 8 Zoll $2\frac{4}{5}$ Linien (Decimalmaß) lang ist?

Aufl. Von einem Quadrate.

1093. Aufg. In welchem regulären Vielecke ist dessen Mittelpunkt von jedem Ecke 200 Fuß und von jeder Seite 197 Fuß $5\frac{3}{8}$ Decimalzoll entfernt?

Aufl. Im regulären 20 Ecke.

1094. Aufg. In welchem regulären Vielecke sind je zwei entgegengesetzte Ecke 60 Fuß, und je zwei entgegengesetzte Seiten 57 Fuß $9\frac{5}{9}$ Decimalzoll von einander entfernt?

Aufl. Im regulären 12 Ecke.

1095. Aufg. In welchem regulären Vielecke ist jede Seite 8 Fuß lang, während der Halbmesser des Kreises, in welchem das Polygon beschrieben ist, 30 Fuß $6\frac{1}{2}$ Decimalzoll mißt?

Aufl. Im regulären 24 Ecke.

1096. Aufg. In einem regulären Vielecke mißt jede Polygonseite 2 Fuß, und je zwei opponirte Seiten sind 10 Fuß $5\frac{1}{2}$ Decimallinien von einander entfernt. Welches Polygon ist es?

Aufl. Ein reguläres 16 Eck.

III. Aufgaben

über geometrische Körper.

1. Ueber das Prisma.

1097. Aufg. Durch die Kante eines Würfels wird unter einem Winkel von $\alpha = 20^0$ Neigung zur angrenzenden Seitenfläche eine Ebene gelegt. In welche zwei Prismen wird hiedurch der ganze Würfel zerlegt, wenn die Würfelkante a = 5 Zoll lang ist?

Aufl. $\text{Prisma}_1 = \frac{a^3}{2} \tang \alpha = 22{,}748$ Kubikzoll,

$\text{Prisma}_2 = \frac{a^3}{2} (2 - \tang \alpha) = 102{,}252$ Kubikzoll.

1098. Aufg. Durch eines gegebenen Würfels Grundkante wird unter einem Winkel von $\alpha = 66^0$ eine Ebene gelegt; in

welche zwei Prismen wird durch den Schnitt der Würfel zerlegt, wenn dessen Kante a = 2 Fuß 3 Decimalzoll lang ist?

Aufl. $\text{Prisma}_1 = \frac{a^3}{2} \cot \alpha = 2{,}7085$ Kubikfuß,

$\text{Prisma}_2 = \frac{a^3}{2} (2 - \cot \alpha) = 9{,}4584$ Kubikfuß.

1099. Aufg. Durch eines gegebenen Würfels Grundkante wird eine Ebene unter $\alpha = 40^0$ Neigung gegen die Basis gelegt. In welche zwei Theile wird hiedurch der gegebene Würfel zerlegt, wenn die Schnittfläche s = 76 □ Zoll und $60\frac{4}{9}$ □ Linien (Decimalmaß) hält?

Aufl. $\text{Prisma}_1 = \frac{s}{2} \sin \alpha \sqrt{s \cos \alpha} = 188{,}6$ Kubikzoll,

$\text{Prisma}_2 = \frac{s}{2} (2 \cos \alpha - \sin \alpha) \sqrt{s \cos \alpha} = 260{,}9$ Kubikzoll.

1100. Aufg. Durch eines gegebenen Würfels Grundkante wird unter einem Neigungswinkel von $\alpha = 70$ Centesimalgraden gegen die Basis eine Ebene gelegt. In welche zwei Stücke wird hiedurch der gegebene Würfel getheilt, wenn die größere Umfangsseite dieses Schnittes b = 6 Fuß mißt?

Aufl. $\text{Prisma}_1 = \frac{b^3}{4} . \sin \alpha . \sin 2\alpha = 38{,}925$ Kubikfuß,

$\text{Prisma}_2 = \frac{b^3}{2} (2 \sin \alpha - \cos \alpha) . \sin^2 \alpha$

$= 113{,}863$ Kubikfuß.

1101. Aufg. Ein Würfel, dessen Grundfläche s = 20 □ Fuß 25 □ Zoll (Decimalmaß) hält, wird so verschoben, daß die Grundflächen Quadrate und unter sich parallel bleiben; zwei entgegengesetzte Seitenflächen aber Rhomben werden, deren eine schiefe Winkel $\alpha = 78^0$ mißt. Wieviel beträgt nun das Volumen des so entstandenen neuen Körpers?

Aufl. $\text{Prisma} = s \sqrt{s} . \sin 78^0 = 89{,}134$ Kubikfuß.

1102. Aufg. Ein Würfel, dessen körperlicher Inhalt K = 4913 Kubikzoll beträgt, wird so verschoben, daß daraus ein schiefes Prisma mit rhombischer Basis entsteht. Welchen körperlichen Inhalt hat

dieses Prisma, wenn der eine schiefe Basiswinkel $\alpha = 80^0$ mißt und jede Seitenkante zur Basis eine Neigung von $\beta = 68^0$ hat?

Aufl. Prisma $= \mathrm{K} \sin \alpha . \sin \beta$
$= 4486{,}05$ Kubikzoll.

1103. Aufg. Es steht auf einem Bergabhange, welcher $\alpha = 15^0$ zum Böschungswinkel hat, eine (bayer.) Klafter Holz, so daß die Scheite parallel der schiefen Fläche des Berges liegen. Ist diese Klafter dann normal, d. h. hält sie 126 Kubikfuß, wenn die eine Grundkante des durch sie vorgestellten Prisma 6 Fuß, die andere $3\frac{1}{2}$ Fuß und jede lothrechte Seitenkante 6 Fuß mißt?

Aufl. Sie ist zu klein um $126\,(1 - \cos \alpha) = 4{,}3$ Kubikfuß.

1104. Aufg. Auf einem Bergabhange, dessen Neigung 27 Procent beträgt, steht eine Klafter Holz, deren Scheite zu der abhängigen Oberfläche parallel liegen. Die eine Kante von der Grundfläche dieses Prisma mißt 4, die andere 6 Fuß, und jede lothrechte Seitenkante ist ebenfalls 6 Fuß lang. Wie viel körperlichen Raum nimmt diese Klafter ein?

Aufl. Prisma $= 138{,}65$ Kubikfuß.

1105. Aufg. Nach genauer Messung hält eine bayer. Klafter Holz, obgleich die Scheite $3\frac{1}{2}$ Fuß lang sind, und die Länge der lothrechten Seitenkante, sowie die der größern Grundkante 6 Fuß beträgt, um 10 Kubikfuß weniger, als sie halten soll, weil sie auf einem Bergabhange steht, und die Scheite zu dieser schiefen Fläche parallel gelegt sind. Wie groß ist der Böschungswinkel (α) dieses Abhanges?

Aufl. Winkel $= 22^0\,59'$.

2. Ueber den Cylinder.

1106. Aufg. Ein senkrechter Cylinder wird durch eine Ebene, welche durch den Endpunkt des Diameters der einen Grundfläche geht und zu dieser eine Neigung von $\alpha = 25^0\,34'$ hat, geschnitten. Welchen körperlichen Inhalt hat ein jedes Stück des so getheilten

Cylinders, wenn dessen Dicke D = 10 Fuß beträgt und die Achse H = 12 Fuß 8 Decimalzoll lang ist?

Aufl. $\text{Stück}_1 = \frac{1}{8} D^3 \pi \tang \alpha = 187{,}87$ Kubikfuß,

$\text{Stück}_2 = \frac{1}{4} D^2 \pi (H - \frac{D}{2} \tang \alpha) = 817{,}44$ Kubikfuß.

1107. Aufg. Ein Cylinder, dessen Achsenschnitt ein Rechteck von H = 2 Fuß Länge und D = 8 Duodecimalzoll Breite ist, wird durch zwei Ebenen geschnitten, von welchen die eine durch den Endpunkt des Durchmessers der obern und die andere durch den Endpunkt des Durchmessers der untern Grundfläche geht; erstere Ebene schneidet die Achse des Cylinders unter einem Winkel von $\alpha = 49^0 40'$ und letztere unter einem Winkel von $\beta = 69^0 20'$. Welchen körperlichen Inhalt hat jedes der drei entstandenen Cylinderstücke?

Aufl. $\text{Stück}_1 = \frac{1}{8} D^3 \pi \cot \alpha = 0{,}04389$ Kubikfuß,

$\text{Stück}_2 = \frac{1}{8} D^3 \pi \cot \beta = 0{,}09879$ Kubikfuß,

$\text{Stück}_3 = \frac{1}{4} D^2 \pi (H - \frac{D}{2} [\cot \alpha + \cot \beta])$

$= 0{,}55545$ Kubikfuß.

1108. Aufg. Ein senkrechter Cylinder ist 4 Fuß dick und hält 31,416 Kubikfuß seinem Volumen nach. Derselbe wird durch eine Ebene, welche durch die Diagonale des Achsenschnittes geht, getheilt. Welchen körperlichen Inhalt hat jeder Theil, und unter welchem Winkel neigt sich hiebei die Schnittfläche zu jeder Basis?

Aufl. Cylinderstück = 15,708 Kubikfuß,

Winkel $= 32^0 19''$.

1109. Aufg. Ein senkrechter Cylinder ist 3 Fuß dick und 5 Fuß lang. Derselbe soll durch eine Ebene, welche durch den Endpunkt des Durchmessers der einen Grundfläche geht, so getheilt werden, daß sich sodann die Stücke dieses Cylinders zu einander verhalten, wie 2 zu 5. Welche Neigung zur Basis muß nun die Schnittfläche haben?

Aufl. Winkel $= 43^0 36' 10''$.

3. Ueber die Pyramide.

1110. Aufg. Von einem senkrechten dreiseitigen Prisma mit regulärer Basis wird durch eine Ebene, welche durch eine Grundkante geht und zu der Basis eine Neigung von $\alpha = 20^0$ hat, ein Stück hinweggeschnitten; welchen körperlichen Inhalt hat dasselbe, wenn jene Grundkante a = 4 Fuß mißt?

Aufl. Pyramide $= \frac{1}{8} a^3 \tang \alpha = 2{,}912$ Kubikfuß.

1111. Aufg. Ein dreiseitiges senkrechtes Prisma mit regulärer Basis wird durch eine Ebene geschnitten, welche durch eine seiner Grundkanten so gelegt ist, daß sie die gegenüberliegende Grundfläche in ihrer Erweiterung unter einem Winkel von $\alpha = 40^0$ schneidet. Welchen körperlichen Inhalt hat das nun verstümmelte Prisma, wenn dessen kürzeste Seitenkante b = 8 Fuß mißt, während jede Grundkante des gegebenen Prisma a = 6 Fuß lang ist?

Aufl. Körper $= \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3} (b + \frac{1}{8} a \sqrt{3} \tang \alpha)$
$= 170$ Kubikfuß.

1112. Aufg. Ein senkrechtes dreiseitiges Prisma hat eine rechtwinkelige Basis. Durch die kürzeste Grundkante wird eine Ebene gelegt, welche zur Basis eine Neigung von $\alpha = 36^0 30'$ hat. Um wieviel Kubikfuß wird das gegebene Prisma vermindert, wenn die kleinste Grundkante a = 5 Fuß und die größte b = 13 Fuß lang sind?

Aufl. Pyramide $= \frac{a}{6} (b^2 - a^2) . \tang \alpha$
$= 88{,}795$ Kubikfuß.

1113. Aufg. Ein senkrechtes dreiseitiges Prisma, dessen Basis eine reguläre Figur ist, wird durch eine Ebene, die durch eine der Grundkanten geht und zur Basis eine Neigung von $\alpha = 40^0$ hat, so geschnitten, daß die dadurch abgeschnittene Pyramide K = 4 Kubikfuß zum Inhalte bekommt. Wie groß ist nun die schneidende Ebene (der Schnitt), wenn jede Grundkante des gegebenen Prisma a = 3 Fuß mißt?

Aufl. Pyramide $= \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} . \sqrt[3]{\left(\frac{K}{\tang \alpha}\right)^2}$
$= 6{,}404$ □ Fuß.

1114. Aufg. Von einem senkrechten dreiseitigen Prisma, dessen Basis eine reguläre Figur ist, soll durch eine Ebene, welche durch eine der Grundkanten geht, ein Stück mit K = 10 Kubikfuß Inhalt hinweggeschnitten werden. Welche Neigung muß die Schnittfläche zur Grundfläche haben, wenn jene Grundkante a = 12 Fuß mißt und 6 mal kürzer als jede Lateralkante ist?

Aufl. Winkel $= \text{arc tang}\, \frac{8\,K}{a^3} = 2^0\, 39'$.

4. Ueber den Kegel.

1115. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat jener senkrechte Kegel, in dessen Achsenschnitt der Winkel an der Spitze $\alpha = 32^0\, 18'$ hält, wenn die Höhe des gegebenen Kegels H = 3 Fuß 4 Duodecimalzoll beträgt?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} H^3 \pi \,.\, \text{tang}^2 \frac{\alpha}{2}$

$= 3{,}252$ Kubikfuß.

1116. Aufg. Welchen körperlichen Inhalt hat jener senkrechte Kegel, dessen Höhe H = 7 Fuß beträgt, wenn von dem Achsenschnitte dieses Kegels ein Basiswinkel $\alpha = 58^0\, 58'$ hält?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} H^3 \pi \cot^2 \alpha$

$= 130{,}02$ Kubikfuß.

1117. Aufg. Der Halbmesser von der Basis eines geraden Kegels mißt r = 5 Fuß 5 Decimalzoll. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel, wenn ein Basiswinkel seines Achsenschnitts $\alpha = 40^0\, 40'$ hält?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} r^3 \pi\, \text{tang}\, \alpha$

$= 149{,}662$ Kubikfuß.

1118. Aufg. Der Durchmesser von der Basis eines geraden Kegels mißt D = 8 Fuß, und der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel hält $\alpha = 28^0\, 28'$. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{24} D^3 \pi \cot \frac{\alpha}{2}$

$= 264{,}186$ Kubikfuß.

1119. Aufg. Der Achsenschnitt eines Kegels ist ein gleichschenkeliges Dreieck, von welchem jeder Schenkel a = 6 Fuß mißt und der Winkel an dessen Spitze $\alpha = 100^0 10'$ hält. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6} a^3 \pi \sin \alpha \,.\, \sin \frac{\alpha}{2}$

= 85,4 Kubikfuß.

1120. Aufg. Der Achsenschnitt eines Kegels ist ein gleichschenkeliges Dreieck, von welchem jeder Schenkel a = $4\frac{1}{2}$ Fuß mißt und jeder Winkel an dessen Basis $\alpha = 80^0 4'$ hält. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{6} a^3 \pi \sin 2\alpha \,.\, \cos \alpha$

= 2,797 Kubikfuß.

1121. Aufg. Die Grundfläche eines Kegels beträgt G = 12 □ Fuß 56 □ Zoll 64 □ Linien (Decimalmaß), und seine Achse, welche zur Grundfläche eine Neigung von $\alpha = 70^0$ hat, ist c = 5 Fuß lang. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} G c \sin \alpha$

= 19,68 Kubikfuß.

1122. Aufg. Die Grundfläche eines schiefen Kegels hält G = 20 □ Zoll, und seine längste Seitenlinie, welche a = 6 Zoll lang ist, bildet mit dem zugehörigen Durchmesser der Grundfläche einen Winkel von $\alpha = 66^0$. Man berechne den körperlichen Inhalt dieses Kegels.

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} G a \sin \alpha$

= 36,54 Kubikzoll.

1123. Aufg. Der Halbmesser von der Grundfläche eines Kegels mißt r = $1\frac{1}{4}$ Fuß, und seine Achse, welche gegen die Grundfläche eine Neigung von $\alpha = 63^0 36'$ hat, ist c = $3\frac{1}{2}$ Fuß lang. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} r^2 c \pi \sin \alpha$

= 5,13 Kubikfuß.

1124. Aufg. Der Halbmesser von der Grundfläche eines schiefen Kegels mißt r = 1 Fuß 8 Zoll (Duodecimalmaß) und seine längste Seitenlinie a = 2 Fuß 10 Zoll. Diese beiden gegebenen

Geraden stoßen unter einem Winkel von $\alpha = 72^0\,14'$ zusammen. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} r^2 a \pi \sin \alpha$
$= 7{,}85$ Kubikfuß.

1125. Aufg. Der Durchmesser von der Grundfläche eines schiefen Kegels mißt $D = 6$ Zoll (Duodecimalmaß) und seine kürzeste Seitenlinie $a = 4\frac{1}{2}$ Zoll. Diese beiden gegebenen Geraden stoßen unter einem Winkel von $\alpha = 83^0$ zusammen. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{12} D^2 a \pi \sin \alpha$
$= 42{,}095$ Kubikzoll.

1126. Aufg. Die kleinste Seitenlinie eines schiefen Kegels mißt $a = 1$ Fuß und ist unter einem Winkel von $\alpha = 81^0$ zur Grundfläche geneigt. Wie viel beträgt der körperliche Inhalt dieses Kegels, wenn jene gegebene kleinste Seitenlinie von der größten Seitenlinie dieses Kegels unter einem Winkel von $\beta = 41^0$ geschnitten wird?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} a \pi \sin \alpha \left(\frac{a \sin \beta}{2 \sin (\alpha + \beta)}\right)^2$
$= 0{,}155$ Kubikfuß.

1127. Aufg. Der Achsenschnitt eines schiefen Kegels ist ein ungleichseitiges Dreieck. Der Winkel an der Spitze dieses Dreieckes liegt dem Durchmesser von der Grundfläche des gegebenen Kegels gegenüber und hält $\alpha = 29^0\,29'$; der kürzere Schenkel dieses Winkels schneidet die Grundlinie des Dreieckes unter einem Winkel von $\beta = 102^0$ und ist $a = 2$ Fuß lang. Man berechne hieraus den körperlichen Inhalt dieses Kegels?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{3} a \pi \sin \beta \left(\frac{a \sin \alpha}{2 \sin (\alpha + \beta)}\right)^2$
$= 0{,}8842$ Kubikfuß.

1128. Aufg. Die längste Seitenlinie eines schiefen Kegels schneidet den Durchmesser der Basis unter einem Winkel von $\alpha = 72^0$ und die kürzeste Seitenlinie unter einem Winkel von $\beta = 79^0$.

Wie groß ist der körperliche Inhalt dieses Kegels, da letztere Seitenlinie a = 7 Zoll lang ist?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{8} a \pi \sin \beta \left(\frac{a \sin (\beta - \alpha)}{2 \sin \alpha}\right)^2$
$= 1{,}447$ Kubikzoll.

1129. Aufg. Der Durchmesser von der Grundfläche eines schiefen Kegels mißt D = 5 Zoll und dessen größte Seitenlinie a = 8 Zoll. Legt man durch den Winkel, der diese gegebenen Linien zu Schenkeln hat, eine Ebene, so entsteht ein Dreieck, in welchem der Winkel, welcher dem Durchmesser gegenüber liegt, $\alpha = 38^0\,38'$ hält. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{12} a D^2 \pi \sin \alpha$
$= 42{,}366$ Kubikzoll.

1130. Aufg. Der Achsenschnitt eines schiefen Kegels ist ein ungleichseitiges Dreieck, in welchem die längste Linie a = 3 Fuß, die kürzeste oder der Durchmesser der Grundfläche D = $1\frac{4}{5}$ Fuß messen, und der Winkel, welcher die gegebenen zwei Linien zu Schenkeln hat, $\alpha = 54^0\,50'$ hält. Welchen körperlichen Inhalt hat nun dieser Kegel?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{1}{12} a D^2 \pi \sin \alpha$
$= 2{,}0802$ Kubikfuß.

1131. Aufg. Auf einer Flußinsel, deren Oberfläche mit dem angrenzenden Ufer gleiche Erhöhung hat, steht eine dicke Eiche. Man wählt am Ufer des Flusses eine 60 Fuß lange Standlinie, die mit der Achse des senkrechtstehenden Baumes in einer und derselben Ebene liegt, und beobachtet an den Endpunkten dieser Standlinie die Elevationswinkel, unter welchen die Höhe des Baums dem Beobachter in diesen Punkten erscheint; der eine hält $\alpha = 39^0\,48'$ und der andere $24^0\,26'$. Ueberdieß werden von dem nähergelegenen Punkte aus auch die scheinbaren Durchmesser an dem untern und obern Ende des Baumstammes gemessen; der eine hält $6^0\,21'\,54''$ und der andere $1^0\,50'$. Man berechne nun die Anzahl der Klafter Holz, welche der so gemessene Eichstamm gibt, wenn 96 Kubikfuß auf jede Holzklafter gerechnet werden.

Aufl. Klafteranzahl = 15,85.

1132. Aufg. Wie viele Grade, Minuten und Sekunden hat der Winkel an der Spitze des Achsenschnitts von einem geraden Kegel, dessen Höhe $H = 7$ Fuß mißt, wenn der Halbmesser von der Grundfläche des Kegels $r = 3$ Fuß lang ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,tang} \frac{r}{H} = 46^0\, 23'\, 50''$.

1133. Aufg. Von einem senkrechten Kegel ist die Seitenlinie $a = 3$ Fuß 9 Duodecimalzoll und der Durchmesser der Grundfläche $D = 4$ Fuß lang. Wie groß ist, auf Sekunden genau, der Winkel an der Spitze des Achsenschnitts von dem gegebenen Kegel?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,sin} \frac{D}{2a} = 64^0\, 27'\, 43''$.

1134. Aufg. Wie groß ist, auf Sekunden genau, der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von einem geraden Kegel, dessen Höhe dem dritten Theile seiner Seitenlinie gleich ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,cos} \frac{1}{3} = 141^0\, 3'\, 44''$.

1135. Aufg. Die Mantelfläche eines senkrechten Kegels hält $M = 150$ □ Fuß 79 □ Zoll 68 □ Linien (Decimalmaß). Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel, wenn dessen Seitenlinie $a = 10$ Fuß lang ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,sin} \frac{M}{a^2 \pi} = 57^0\, 22'\, 15''$.

1136. Aufg. Die krumme Seitenfläche eines senkrechten Kegels hält $M = 22$ □ Fuß 39 □ Zoll (Decimalmaß). Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnitts von diesem Kegel, wenn der Durchmesser seiner Basis $D = 5$ Fuß mißt?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,sin} \frac{D^2 \pi}{4M} = 122^0\, 33'\, 13''$.

1137. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten Kegels hält $G = 5$ □ Fuß und seine krumme Seitenfläche $M = 7\frac{1}{2}$ □ Fuß. Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \operatorname{arc\,sin} \frac{G}{M} = 83^0\, 37'\, 14''$.

1138. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten $H = 3\frac{1}{5}$ Fuß hohen Kegels hält $G = 1\frac{1}{8}$ □ Fuß. Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \text{ arc tang} \sqrt{\frac{G}{H^2 \pi}} = 21^0\, 11'\, 4''$.

1139. Aufg. Die Basis eines senkrechten Kegels hält $G = 18$ Quadratzoll, und die Seitenlinie desselben mißt $a = 18$ Zoll. Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \text{ arc sin} \sqrt{\frac{G}{a^2 \pi}} = 15^0\, 17'\, 1''$.

1140. Aufg. Der Achsenschnitt eines Kegels ist ein gleichschenkeliges Dreieck, in welchem die Grundlinie zu dem einen Schenkel sich verhält, wie 5 zu 4. Unter welchem Winkel stoßen diese zwei Linien zusammen?

Aufl. $\text{Winkel} = 51^0\, 19'\, 4''$.

1141. Aufg. Die Mantelfläche eines senkrechten Kegels beträgt $M = 109$ □ Fuß 95 □ Zoll 60 □ Linien (Decimalmaß), und die Seitenlinie desselben ist $a = 7$ Fuß lang. Unter welchem Winkel ist die gegebene Seitenlinie zur Grundfläche geneigt?

Aufl. $\text{Winkel} = \text{arc cos} \frac{M}{a^2 \pi} = 44^0\, 24'\, 55''$.

1142. Aufg. Die krumme Seitenfläche eines senkrechten Kegels hält $M = 37{,}6992$ □ Meter. Wie groß ist der Neigungswinkel der Seitenlinie dieses Kegels zur Grundfläche, wenn deren Diameter $D = 4$ Meter mißt?

Aufl. $\text{Winkel} = \text{arc cos} \frac{D^2 \pi}{4 M} = 70^0\, 31'\, 44''$.

1143. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten Kegels beträgt genau die Hälfte von der krummen Seitenfläche desselben. Wie groß ist der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \text{ arc sin} \tfrac{1}{2} = 60^0$.

1144. Aufg. Wie groß ist der Neigungswinkel der Seitenlinie eines senkrechten Kegels zu dessen Grundfläche, wenn die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche des Kegels einen Halbkreis gibt?

Aufl. Winkel $= \text{arc cos } \frac{1}{2} = 60^0$.

1145. Aufg. Wie groß ist der Neigungswinkel, welchen die Seitenlinie eines senkrechten Kegels mit dessen Grundfläche bildet, wenn die krumme Seitenfläche dieses Kegels $n = 4$mal so groß ist, als die Grundfläche?

Aufl. Winkel $= \text{arc cos } \frac{1}{n} = 75^0\, 31'\, 21''$.

1146. Aufg. Die Grundfläche eines senkrechten Kegels hält $G = 201$ □ Fuß 6 □ Zoll 24 □ Linien und dessen Mantelfläche $M = 427$ □ Fuß 25 □ Zoll 76 □ Linien (Decimalmaß). Wie groß ist jeder Winkel des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. Winkel$_1$ $= \text{arc cos } \frac{G}{M} = 61^0\, 55'\, 39''$,

Winkel$_2$ $= 2 \text{ arc sin } \frac{G}{M} = 56^0\, 8'\, 42''$.

1147. Aufg. Die Achse eines senkrechten Kegels mißt $H = 2$ Meter, und die Grundfläche eben dieses Kegels hält $G = 7$ □ Meter 6 □ Decimeter 86 □ Centimeter. Wie groß ist jeder Winkel des Achsenschnittes von diesem Kegel?

Aufl. Winkel$_1$ $= \text{arc cot } \sqrt{\frac{G}{H^2 \pi}} = 53^0\, 7'\, 48''$,

Winkel$_2$ $= 2 \text{ arc tang } \sqrt{\frac{G}{H^2 \pi}} = 73^0\, 44'\, 24''$.

1148. Aufg. Die Achse eines Kegels steht senkrecht und ist $H = 4$ Fuß lang; die krumme Seitenfläche eben dieses Kegels hält $M = 47\frac{1}{8}$ □ Fuß. Man bestimme den Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel.

Aufl. Winkel $= 2 \text{ arc tang } \sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{M}{H^2 \pi}\right)^2}}$

$= 73^0\, 44'\, 23''$.

1149. Aufg. Eine Kreisfläche wird in zwei ungleiche Sektoren zerlegt, so daß der dem kleinern Sektor zugehörige Bogen dem sechsten Theile von der Peripherie des gegebenen Kreises gleichkommt. Betrachtet man nun diese beiden Sektoren als die krummen Seitenflächen zweier Kegel, so entsteht die Frage: unter welchen Winkeln in einem jeden von diesen Kegeln die Seitenlinie zur Grundfläche geneigt sei?

Aufl. $\text{Winkel}_1 = \arccos \frac{5}{6} = 33^0 33' 26''$,
$\text{Winkel}_2 = \arccos \frac{1}{6} = 80^0 24' 21''$.

1150. Aufg. Die krumme Seitenfläche eines $H = 5$ Fuß hohen senkrechten Kegels hält $M = 490$ □ Fuß 8 □ Zoll 96 □ Linien (Decimalmaß). Man bestimme den Winkel, unter welchem die Seitenlinie dieses Kegels zu dessen Grundfläche geneigt ist.

Aufl. $$\text{Winkel} = \text{arc tang} \sqrt{\frac{1}{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{M}{H^2 \pi}\right)^2}}} = 22^0 37' 11\tfrac{1}{2}''.$$

1151. Aufg. Das Netz zu einem senkrechten Kegel hält $S = 47\frac{1}{8}$ □ Zoll und der Umfang von der Grundfläche eben dieses Kegels mißt $p = 15$ Zoll 7 Linien (Decimalmaß). Man berechne hieraus jeden Winkel des Achsenschnittes von diesem Kegel.

Aufl. $$\text{Winkel}_1 = \arccos \frac{p^2}{4 S \pi - p^2} = 44^0 31' 10'',$$
$$\text{Winkel}_2 = 2 \arcsin \frac{p^2}{4 S \pi - p^2} = 90^0 57' 40''.$$

1152. Aufg. Das Netz zu einem senkrechten Kegel hält $S = 15$ □ Zoll $70\frac{4}{5}$ □ Linien (Decimalmaß). Man bestimme jeden Winkel des Achsenschnittes von dem zugehörigen Kegel, wenn dessen Seitenlinie $a = 4$ Zoll lang ist.

Aufl. $$\text{Winkel}_1 = \arccos \left(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{S}{a^2 \pi}}\right) = 75^0 31' 21'',$$
$$\text{Winkel}_2 = 2 \arcsin \left(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{S}{a^2 \pi}}\right) = 28^0 57' 18''.$$

1153. Aufg. Die Grundfläche eines schiefen Kegels hält genau $2\frac{1}{2}$ Duodecimal-Quadratzoll, und die kleinste schiefe Seitenlinie, welche zu der Grundfläche des Kegels unter einem Winkel von $82\frac{1}{4}$ Grad geneigt ist, mißt 4 Duodecimalzoll. Welches Gewicht hat dieser Kegel, wenn er aus Blei besteht, dessen spezifisches Gewicht 11,3 ist, und ein Kubikfuß des reinen Wassers 44,3 bayer. Pfund wiegt?

Aufl. Gewicht = 0,956824 ℔

= $30\frac{3}{8}$ Lth. beinahe.

5. Ueber die Kugel.

1154. Aufg. Wie lang ist der Durchmesser jener Kugel, von welcher ein Sektor, der $2\frac{1}{2}$ Kubikfuß zum Inhalte hat, hinweggenommen worden, wenn der Winkel des Achsenschnittes von diesem Sektor 100^0 hält?

Aufl. Durchmesser = 2,99 Fuß.

1155. Aufg. Unter welchem Winkel erscheint in einer Entfernung von 100 Fuß eine 60pfündige eiserne Kanonenkugel, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,3 ist, und der Kubikfuß reines Wasser 44,3 bayer. Pfund wiegt?

Aufl. Winkel = 24′ 19,6″.

1156. Aufg. Von einer Kugel, deren Halbmesser $R = 4$ Fuß mißt, ist ein Sektor hinweggenommen worden. Um wieviel ist dadurch der körperliche Inhalt dieser Kugel vermindert worden, wenn der Winkel des Achsenschnittes von diesem Sektor $\alpha = 56^0$ hält?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{2}{3} R^3 \pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$

= 15,689 Kubikfuß.

1157. Aufg. Von einer Kugel, deren Halbmesser $R = 5$ Duodecimalzoll mißt, wird ein Sektor hinweggenommen. Welchen körperlichen Inhalt hat dieser, wenn der Winkel des Achsenschnittes von diesem Kugelsektor $\alpha = 290^0$ hält?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{2}{3} R^3 \pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$

= $476\frac{1}{4}$ Kubikzoll.

1158. Aufg. Der Centriwinkel von dem Achsenschnitte eines Kugelsektors hält $\alpha = 50^0$, und der Pfeil dieses Schnittes ist $h = 6$ Zoll lang. Welchen körperlichen Inhalt hat nun der Kugelsektor?

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{2}{3} h^3 \pi . \left(\frac{1}{1 - \cos \frac{\alpha}{2}} \right)^2$

$= 51537{,}8$ Kubikzoll.

1159. Aufg. Der Centriwinkel eines Kreissektors hält $69^0 44'$, und der diesem Winkel zugehörige Sinus ist 4 Zoll lang. Man denke sich diesen Sektor um den einen als unbeweglich gedachten Halbmesser herumgedreht, bis er wieder in seine anfängliche Lage gekommen ist; und bestimme nun den Kubikinhalt des auf diese Art erzeugten Körpers.

Aufl. Kubikinhalt $= 106{,}126$ Kubikzoll.

1160. Aufg. Von einem Kugelsektor kommt dessen Achsenschnitt genau dem Quadranten von einem größten Kreise der zugehörigen Kugel gleich. Welchen körperlichen Inhalt hat der erwähnte Kugelsektor, wenn der von der Kugel selbst 14137 Kubikzoll beträgt?

Aufl. Kubikinhalt $= 2070{,}4$ Kubikzoll.

1161. Aufg. Von einer Kugel ist ein Sektor hinweggenommen worden; der Achsenschnitt dieses Sektors hat einen Centriwinkel von 88^0, und die diesem Winkel entsprechende Sehne mißt 1 Fuß. Man bestimme den körperlichen Inhalt jenes Theiles der Kugel, welcher nach weggenommenem Sektor übrig geblieben ist.

Aufl. Kubikinhalt $= 1{,}343$ Kubikfuß.

1162. Aufg. Die Höhe eines geraden Kegels beträgt $H = 8$ Fuß, und der Winkel an der Spitze seines Achsenschnittes hält $\alpha = 28^0 48'$. Man suche den körperlichen Inhalt jenes Kugelsektors, von welchem der gegebene Kegel ein Ergänzungsstück bildet.

Aufl. Kubikinhalt $= \frac{2}{3} \pi \left(\frac{H}{\cos \frac{\alpha}{2}} \right)^3 \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$

$= 37{,}076$ Kubikfuß.

1163. Aufg. Ein Kugelsegment und ein gerader Kegel machen zusammen einen Kugelsektor aus. Wie groß ist des letztern körperlicher

Inhalt, wenn die Höhe jenes Kugelabschnittes 3 Zoll beträgt, und der Winkel an der Spitze des Achsenschnittes von diesem Kegel 141° 4′ hält?

Aufl. Kubikinhalt = 127,2 Kubikzoll.

1164. Aufg. Jeder Kugelabschnitt kann durch einen bestimmten Kegel zu einem Kugelausschnitte ergänzt werden. Nun sei von einem gegebenen Kugelsektor dessen Achsenschnitt genau der halben Hälfte eines größten Kreises der zugehörigen Kugel, deren Halbmesser 10 Linien mißt, gleich. Wie viel beträgt der körperliche Inhalt dieses Kugelsektors und die Höhe des zu ihm gehörigen Kugelsegmentes?

Aufl. Kubikinhalt = 613,45 Kubiklinien;
Höhe = 2,929 Linien.

1165. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors beträgt K = 20,96 Kubikfuß, und der Winkel von dem Achsenschnitte desselben hält $\alpha = 209^\circ\,4'$. Welchen Durchmesser hat jene Kugel, von der dieser Sektor genommen ist?

Aufl. $$\text{Durchmesser} = \sqrt[3]{\frac{12K}{\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)}} = 4 \text{ Fuß}.$$

1166. Aufg. Ein Kugelsektor hat K = 2,525 Kubikfuß zum Inhalte, und der Winkel seines Achsenschnittes hält $\alpha = 100^\circ$. Man berechne die Länge von dem Pfeile dieses Schnittes.

Aufl. $$\text{Pfeil} = \sqrt[3]{\frac{3K}{2\pi}\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2} = 0{,}5358 \text{ Fuß}.$$

1167. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors, dessen Bestandtheile ein Kugelabschnitt und ein zugehöriger gerader Kegel sind, beträgt K = 2323 Kubikfuß 116 Decimalkubikzoll. Wie groß ist der Durchmesser von der Grundfläche dieses Kegels, wenn der Winkel an der Spitze seines Achsenschnittes $\alpha = 331^\circ\,12'$ hält?

Aufl. $$\text{Durchmesser} = \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt[3]{\frac{12K}{\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)}}$$
$$= 4{,}11 \text{ Fuß}.$$

1168. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors, dessen Bestandtheile ein Kugelabschnitt und ein zugehöriger gerader Kegel sind, beträgt $K = 1047\frac{1}{5}$ Kubikzoll, und der Winkel seines Achsenschnittes $\alpha = 1\frac{1}{3}$ R. Man bestimme die Höhen der erwähnten Bestandtheile dieses Kugelsektors?

Aufl. $\text{Höhe}_1 = \text{Höhe}_2 = \cos\frac{\alpha}{2}\sqrt[3]{\frac{3K}{2\pi\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)}}$
$= 5$ Zoll.

1169. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors beträgt $K = 16{,}563$ Kubikfuß. Man suche den Centriwinkel seines Achsenschnittes, da der Halbmesser jener Kugel, von welcher der gegebene Sektor genommen ist, $r = 3$ Fuß mißt.

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \arccos\left(1-\frac{3K}{2r^3\pi}\right)$
$= 90^0$.

1170. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors beträgt $K = 16755\frac{1}{5}$ Duodecimalkubikzoll. Man suche den Centriwinkel seines Achsenschnittes, da der Durchmesser der Kugel, von welcher der gegebene Sektor genommen ist, $D = 40$ Duodecimalzoll mißt.

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \arccos\left(1-\frac{12K}{D^3\pi}\right)$
$= 180^0$.

1171. Aufg. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von jenem Kugelsektor, bei welchem die Basis des als Bestandtheil zugehörigen Kegels der Hälfte des größten Kugelkreises von jener Kugel gleich ist, von welcher der Kugelsektor genommen ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \arcsin\sqrt{\frac{1}{2}} = 90^0$.

1172. Aufg. Der körperliche Inhalt eines Kugelsektors beträgt $K = 51526\frac{4}{5}$ Kubiklinien. Wie groß ist der Winkel des Achsenschnittes von dem gegebenen Sektor, wenn der Pfeil eben dieses Schnittes $h = 6$ Linien lang ist?

Aufl. $\text{Winkel} = 2 \arccos\left(1-\sqrt{\frac{2\pi h^3}{3K}}\right)$
$= 50^0$.

1173. Aufg. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von jenem Kugelsektor, in welchem der Kegel dieselbe Höhe hat, wie der als Bestandtheil zugehörige Kugelabschnitt?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \cos \frac{1}{2} = 120^0$.

1174. Aufg. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von jenem Kugelsektor, dessen körperlicher Inhalt den des als Bestandtheil zugehörigen Kegels viermal übertrifft?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \cos \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} = 137^0\, 4'$.

1175. Aufg. Von einer Kugel wurde ein Kugelsektor hinweggenommen, bei welchem die Höhe des als Bestandtheil zugehörigen Segmentes nur halb so lang ist, als die Höhe des zugehörigen Kegels. Wie groß ist der Winkel des Achsenschnittes von diesem Sektor?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \cos \frac{2}{3} = 96^0\, 23'$.

1176. Aufg. Von einer Kugel wurde ein Kugelausschnitt hinweggenommen, bei welchem die Höhe des als Bestandtheil zugehörigen Segmentes dem Halbmesser von der Grundfläche des zugehörigen Kegels gleichkommt. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von diesem Sektor?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{1}{0} = 180^0$.

1177. Aufg. Von einem Kugelsektor ist die Höhe des als Bestandtheil zugehörigen Kugelabschnittes dreimal so lang, als der Radius von der Grundfläche des Ergänzungskegels. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von diesem Sektor? — In welchem Verhältnisse steht ferner der gegebene Kugelsektor seinem körperlichen Inhalte nach zu der zugehörigen Kugel selbst?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \sin \frac{3}{5} = 286^0\, 16'$;

Sektor : Kugel $= 9 : 10$.

1178. Aufg. Wie groß ist der Centriwinkel des Achsenschnittes von jenem Kugelsektor, bei welchem der als Bestandtheil zugehörige Kegel denselben körperlichen Inhalt hat, wie das zugehörige Kugelsegment?

Aufl. Winkel $= 2 \operatorname{arc} \cos \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$= 103^0\, 39'$.

Tabelle

über das spezifische Gewicht

a. einiger ausdehnsam flüssigen Körper;

Atmosphärische Luft	1,000	Kohlensaures Gas	1,525
Sauerstoffgas	1,109	Schwefelsaures Gas	2,218
Stickstoffgas	0,971	Kohlendampf	0,416
Wasserstoffgas	0,069	Wasserdampf	0,623
Chlor	2,453	Quecksilberdampf	6,976

b. einiger tropfbarflüssigen Körper;

Alkohol	0,792	Salpetersäure	1,513
Bier	1,034	Salzsäure	1,211
Essigsäure conc.	1,079	Schwefelsäure	1,954
Honig	1,450	Meerwasser	1,028
Leinöl	0,940	Wein rhein.	0,992
Mandelöl	0,920	„ Champagner	0,962
Milch	1,041	„ Malaga	1,015

c. einiger festen Körper.

Achat	2,590	Cedernholz, amerik.	0,561
Ahornholz	0,750	„ indisch.	1,315
Alabaster	2,700	Citronenholz	0,726
Antimon	6,702	Cocusbaumholz	0,726
Apfelbaumholz	0,793	Cypressenholz, span.	0,644
Arsenik	5,760	Diamant	3,600
Asbest, biegsam.	2,444	Ebenholz, amerik.	1,331
„ gemein.	2,800	Eibenbaum, holländ.	0,788
Asphalt	1,160	Eichenkernholz	1,170
Basalt	2,864	Eis, im Mittel,	0,950
Bergkrystall	2,880	Eisen, geschmied.	7,788
Bernstein	1,085	„ gegoss.	7,251
Bimsstein	1,647	Elfenbein	1,917
Birnbaumholz	0,661	Erdpech	0,902
Bitterkalk	2,878	Erlenholz	0,680
Blei	11,445	Fernambukholz	1,014
Bolus	2,050	Fett, Schweine	0,937
Brasilienholz	1,031	„ Hammel	0,924
Braunkohle	1,280	Feuerstein	2,700
Buchenholz	0,852	Glas, grünes	2,642
Buchsbaumholz	1,031	„ Krystall	3,000
Butter	0,942	„ engl. Spieg.	2,450

Glas, Frauenhofers	3,779
Gold, gediegen	18,000
„ gegossen	19,258
„ gehämmert	19,361
Granatbaum	1,354
Granit, gemein.	2,956
Graphit	2,100
Grobkohle	1,600
Gyps	2,964
Harz d. Fichten	1,073
Haselnuß	0,600
Holunderbaum	0,695
Holzkohle	0,440
Hühnereier	1,090
Kalk, gebrannter	1,842
Kalkstein	2,720
Kännelkohle	1,270
Kieselerde	2,660
Kirschbaumholz	0,715
Knochen (Ochsen)	1,656
Kochsalz	2,300
Kohle (Eichenholz)	1,573
Korkholz	0,240
Kreide	2,675
Kupfer, gegoss.	8,788
„ gehämm.	9,000
„ Draht	8,878
Lava	2,823
Lindenholz	0,604
Lorbeerbaum	0,822
Mahagoni	1,063
Marmor, Carar.	2,717
Mauerstein	2,000
Maulbeerbaum	0,897
Meerschaum	1,600
Mergel	2,600
Messing	8,400
Meteorstein	3,600
Mispelbaum	0,944
Molybdän	8,600
Nickel, gegoss.	8,279
Olivenbaum	0,927
Orangenbaum	0,705
Pappelbaum	0,383
Pech, weißes	1,072
Pechkohle	1,350
Pflaumenbaum	0,785
Phosphor	1,770
Platin, geschmolz.	20,855
„ gehämm.	21,314
Porzellan, Meissen	2,493
Quarz	2,652
Quecksilber	13,597
Quittenbaum	0,705
Salpeter	1,900
Sandstein	2,500
Schießpulver	0,850
Schwefel, Stangen	1,990
Silber, gegossen	10,414
„ gehämm.	10,622
Stahl	7,795
„ Gußst.	7,919
Steinkohlen	1,510
Steinsalz	2,412
Tanne, weiß	0,550
„ roth	0,498
Thon	2,630
„ Schiefer	2,880
Ulme (Stamm)	0,671
Wachholder	0,556
Wachs (gelbes)	0,965
Walkererde	2,000
Wallnußbaum	0,671
Weiden	0,585
Wismuth, gegoss.	8,716
„ gehämm.	9,822
Zink, gegoss.	7,213
„ gehämm.	7,861
Zinn, gegoss.	7,291
„ gehämm.	7,799
Zinnober	8,090
Zucker, weißer	1,606

Druck von J. P. Himmer in Augsburg.

Sammlung

mathematischer Aufgaben

sammt deren Auflösungen

von

Dr. Fr. X. Pollak,
Professor der Mathematik und Naturgeschichte am königlichen Lyceum zu Dilingen.

Vierte Abtheilung.

Stereometrische und trigonometrische Aufgaben.

Augsburg, 1853.
Verlag der Matth. Rieger'schen Buchhandlung.

Druck von J. P. Himmer in Augsburg.

[illegible]